# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 19 JUIN 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GRAVITATION EINSTEINIENNE. — *Champ isotrope. Sphère fluide hétérogène.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Schwarzschild a obtenu en 1916 les potentiels de gravitation d'une masse liquide sphérique, tant à l'extérieur de la sphère de densité matérielle $\delta_0$ que dans tout l'intérieur ([1]).

Je me propose de montrer comment cette solution permet de passer de la sphère homogène à la sphère formée de couches concentriques homogènes de densités différentes, et même à la sphère dont la densité varie d'une manière continue du centre à la surface, soit suivant une loi de densité donnée à l'avance, soit comme conséquence de la loi physique de compressibilité du milieu.

2. Je commence par rappeler les résultats de Schwarzschild en choisissant des notations qui se prêtent à l'écriture des calculs ultérieurs. Dans ce problème statique, isotrope, il est commode d'employer les coordonnées sphériques : cônes circulaires d'angle zénithal $\theta$, autour d'un axe lié à la matière; plans méridiens d'angle azimutal $\varphi$ à partir d'un plan lié à la matière ; sphères concentriques de paramètre R égal au quotient de la circonférence de grand cercle par $2\pi$. Il importe de remarquer que R, qui convient pour toutes les mesures effectuées sur la surface de la sphère, ne convient plus pour les mesures effectuées suivant le rayon ; ce n'est pas la distance d'un point de la sphère à son centre. On a alors

$$ds^2 = g_4(R)\,dt^2 - g_1(R)\,dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2).$$

---

([1]) *Sitz. Ber. Kön. Preuss. Akad. der Wissensch.*, p. 189 et 424.

Dans l'espace extérieur indéfini, on a

$$(1) \qquad ds^2 = \left(1 - \frac{a}{R}\right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{a}{R}} dR^2 - R^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2),$$

et dans la masse liquide, de densité uniforme $\delta_0$, qui occupe tout l'intérieur de la sphère $R_S$,

$$(2) \qquad ds^2 = \left(\frac{3}{2}\sqrt{1 - \frac{a}{R_S}} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - a\frac{R^2}{R_S^3}}\right)^2 dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{aR^2}{R_S^3}} dR^2 - R^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2).$$

Ces formules ne diffèrent de celles de Schwarzschild que par les notations.

La pression $p$, nulle à la surface $R_S$, est donnée par

$$p = \delta_0 \left[ -1 + \frac{\sqrt{1 - \frac{a}{R_S}}}{\frac{3}{2}\sqrt{1 - \frac{a}{R_S}} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{aR^2}{R_S^3}}} \right];$$

elle croît jusqu'au centre, où elle reste finie pourvu que $R_S$ soit supérieur à $\frac{9}{8}a$.

Pour obtenir ces formules, Schwarzschild a écrit que $g_1$, $g_4$ sont continus à la surface $R_S$, et que $p$ y devient nul. Au centre, $g_1$, $g_4$ et $p$ sont finis *non nuls*.

3. Avant d'être particularisée par les conditions frontière, la solution obtenue par Schwarzschild dans la masse homogène s'écrit *avec mes notations* de la manière suivante : pour une couche homogène de rang $2j$ à partir du centre, comprise entre les rayons $R_{2j-1}$ intérieur et $R_{2j+1}$ extérieur :

$$(A) \qquad \begin{cases} g_4 = \left(\dfrac{\varkappa \gamma_{2j}}{6}\right)^2 (I + H_{2j})^2 \dfrac{\omega}{R}, \\ g_1 = \dfrac{R}{\omega}, \\ (p + \delta_{2j}) \dfrac{\varkappa}{6} (I + H_{2j}) \sqrt{\dfrac{\omega}{R}} = 1, \end{cases}$$

en posant

$$(B) \qquad \begin{cases} \omega = \lambda_{2j} + R - \dfrac{\varkappa_{2j}\delta_{2j}}{3} R^3, \\ I = \displaystyle\int_{R_{2j-1}}^{R} 3 \frac{R^{\frac{5}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}} dR, \end{cases}$$

$\varkappa$ est la constante de la gravitation universelle;

$\delta_{2j}$ est la densité de la couche homogène;

$\lambda_{2j}$, $\gamma_{2j}$, $H_{2j}$ sont des constantes introduites par l'intégration des équations différentielles qui définissent $g_1$ et $g_4$ dans la théorie d'Einstein.

Ce sont ces constantes qu'il s'agit de déterminer par les conditions de continuité.

On reconnaît facilement, avec Schwarzschild, qu'il faut prendre pour la couche centrale $\lambda_0 = 0$, $\gamma_0$, $H_0$ finis non nuls.

4. *Milieu formé de n couches distinctes.* — J'écris maintenant les équations de continuité à la surface $R_{2j+1}$, fournies par $g_1$, $g_4$ et $p$ :

$$(C)\quad \begin{cases} \lambda_{2j+2} - \dfrac{\varkappa}{3}\delta_{2j+2}R^3_{2j+1} = \lambda_{2j} - \dfrac{\varkappa}{3}\delta_{2j}R^3_{2j+1}, \\ \gamma_{2j+2}H_{2j+2} = \gamma_{2j}(I_{2j+1} + H_{2j}), \\ -\delta_{2j+2} + \dfrac{6}{\varkappa}\sqrt{\dfrac{R_{2j+1}}{\omega_{2j+1}}}\,\dfrac{-1}{H_{2j+2}} = -\delta_{2j} + \dfrac{6}{\varkappa}\sqrt{\dfrac{R_{2j+1}}{\omega_{2j+1}}}\,\dfrac{1}{I_{2j+1}+H_{2j}} \end{cases}$$

avec

$$I_{2j+1} = \int_{R_{2j-1}}^{R_{2j+1}} 3\,\frac{R^{\frac{5}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}}\,dR.$$

On en tire facilement

$$\lambda_{2j+2} = \frac{\varkappa}{3}\delta_{2j+2}R^3_{2j+1} - \sum_0^j \frac{\varkappa}{3}\delta_{2k}(R^3_{2k+1} - R^3_{2k-1}),$$

ainsi que

$$\frac{\gamma_{2j+2} - \gamma_{2j}}{\delta_{2j+2} - \delta_{2j}}\sqrt{\frac{R_{2j+1}}{\omega_{2j+1}}} - \frac{\gamma_{2j} - \gamma_{2j-2}}{\delta_{2j} - \delta_{2j-2}}\sqrt{\frac{R_{2j-1}}{\omega_{2j-1}}} = \frac{\varkappa}{6}I_{2j+1}\gamma_{2j}.$$

Ayant $\gamma$, on obtiendra H de proche en proche par la seconde équation. On peut d'ailleurs écrire la valeur finale sous forme de fraction continue.

5. A la surface libre, $R_{2n+1}$, au delà de laquelle la pression et la densité deviennent nulles, et les $g$ sont ceux de la formule (1) (§ 2), la continuité donne

$$(C_S)\quad \begin{cases} \dfrac{\omega_{2n+1}}{R_{2n+1}} = 1 - \dfrac{a}{R_{2n+1}}, \\ \delta_{2n}\dfrac{\varkappa}{6}(I_{2n+1} + H_{2n})\sqrt{\dfrac{\omega_{2n+1}}{R_{2n+1}}} = 1, \\ \gamma_{2n} = \delta_{2n}\sqrt{\dfrac{\omega_{2n+1}}{R_{2n+1}}}. \end{cases}$$

La première de ces équations détermine $a$ en fonction de toute la distribution des densités $\delta$. Les deux autres déterminent, en réalité, $\gamma_0$ et $H_0$ par l'intermédiaire de $\delta_{2n}$ et $\gamma_{2n}$ ainsi que des formules (C).

Toutes les autres grandeurs intéressantes, en particulier les longueurs radiales, les volumes des couches, les propriétés optiques à toute profondeur, etc., peuvent être ensuite facilement obtenues.

6. *Milieu continu hétérogène.* — Lorsque l'épaisseur des couches homogènes devient infiniment petite, le passage à la limite donne facilement les résultats suivants :

$$(3)\qquad \lambda = \frac{\varkappa}{3} R^3 \delta(R) - \varkappa \int_0^R \delta(R) R^2 \, dR,$$

$$(4)\qquad \omega = R - \varkappa \int_0^R \delta(R) R^2 \, dR,$$

$$(5)\qquad g_1 = \frac{R}{\omega},$$

puis, l'équation en $\gamma$ :

$$(6)\qquad \frac{\partial}{\partial R}\left[\sqrt{\frac{R}{\omega}} \frac{1}{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)\right] = \frac{\varkappa}{2} \frac{R^{\frac{5}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}} \gamma,$$

$$(7)\qquad H(R) = \frac{6}{\varkappa} \sqrt{\frac{R}{\omega}} \frac{1}{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right),$$

et enfin

$$(8)\qquad g_4(R) = \frac{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)^2}{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)^2}.$$

Lorsque $\delta$ est donné en fonction de R, toute la difficulté est ramenée à l'intégration de l'équation différentielle (6), qui est linéaire du deuxième ordre à coefficients variables. On obtient ensuite

$$(9)\qquad p = -\delta + \gamma \frac{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)}{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)},$$

Les deux constantes introduites par l'intégration de l'équation (6) seront déterminées par les conditions ($C_s$) à la surface libre, qui prennent la forme

$$(10)\qquad \gamma_s = \sqrt{\frac{\omega_s}{R_s}} \delta_s,$$

$$(11)\qquad \left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)_s = \sqrt{\frac{\omega_s}{R_s}} \left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)_s.$$

Le problème se présente alors, en gravitation einsteinienne, sous un aspect tout à fait semblable à celui qu'il a en gravitation newtonienne, et de même difficulté.

7. *Loi de compressibilité donnée :* $p = f(\delta)$. — Toujours comme en gravitation newtonienne, le problème général prend un aspect beaucoup plus difficile si l'on se donne, au lieu de la loi de $\delta$ en R, la loi physique de compressibilité.

Aux équations (4) et (6), il faut alors joindre, au lieu de (9), l'équation

$$\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right) = \frac{1}{\delta + f(\delta)}\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right), \tag{12}$$

et entreprendre l'intégration de ce système d'équations.

En outre, la loi de compressibilité force à distinguer deux cas, celui des fluides denses et celui des atmosphères.

J'appelle *fluide dense* celui dont la densité reste finie sous une pression pratiquement nulle. Dans ce cas, on peut encore enfermer la matière dans une sphère de paramètre $R_s$ fini, à la surface de laquelle s'appliquent les conditions (10) et (11).

J'appelle *atmosphère* un fluide dont la pression ne s'annule que si la densité s'annule elle-même. L'atmosphère ne peut pas être limitée par une sphère finie $R_s$. Il faudrait discuter les conditions à l'infini, suivant la manière dont varie $\frac{\partial p}{\partial \delta}$ lorsque $\delta$ tend vers zéro. Le $ds^2$ ne devient généralement pas, au loin, celui d'un Univers de Minkowski.

La question des atmosphères paraît donc plus difficile qu'en gravitation newtonienne.

8. On trouvera ailleurs quelques développements utiles, tant sur le problème simple de Schwarzschild que sur les problèmes de densité donnée en R, soit continue, soit discontinue, et ceux où la donnée est la loi de compressibilité.

THERMO-DYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une nouvelle machine frigorifique à air.* Note de M. **Maurice Leblanc.**

Le principe de la nouvelle machine frigorifique à air a été décrit dans notre Note du 12 juin, dont celle-ci est la suite.

Elle est constituée (*fig.* 1) par la réunion d'un *compresseur watté*, d'un *détendeur déwatté*, d'un refroidisseur, d'un réfrigérant, et de deux ventila-

teurs $W_1$ et $W_2$. La figure 2 est une vue en plan et coupe du détendeur déwatté, tel qu'il a été réalisé.

Il se compose de deux cylindres jumelés $A_1 A'_1$, $A_2 A'_2$ (*fig.* 1), symé-

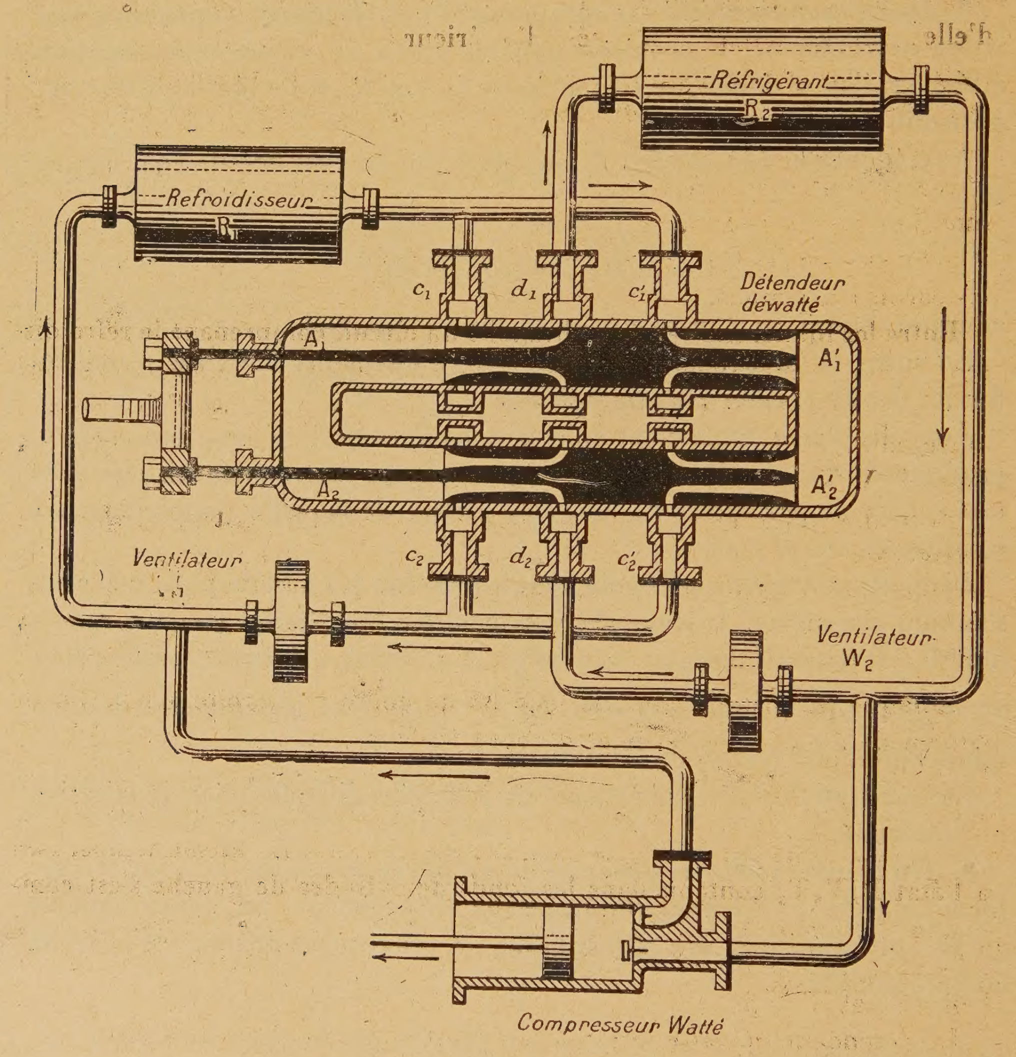



Fig. 1.

triques par rapport à l'axe de la machine. Ils sont à double effet; leurs fonds $A_1$ et $A_2$ communiquent entre eux, de même leurs fonds $A'_1$ et $A'_2$. Dans leurs parois sont pratiquées des lumières $c_1$, $c'_1$ et $d_1$ pour le premier; $c_2$, $c'_2$ et $d_2$ pour le second. Elles se développent le long de circonférences : les lumières $c_1$ et $c'_1$ sont situées à la même distance de la lumière $d_1$....

Dans les cylindres se meuvent ensemble deux pistons identiques, dont

les tiges sont reliées à l'extérieur et commandées par une même bielle.

Chacun d'eux a aussi deux lumières développées le long de circonférences et dont la distance est égale à celle des lumières $c_1$ et $d_1$. Elles communiquent individuellement avec les fonds de cylindre les plus voisins d'elles, par des canaux pratiqués à l'intérieur des pistons.

Le schéma de la figure 1 montre les liaisons du détendeur déwatté avec le refroidisseur et le réfrigérant, la disposition des ventilateurs et celle du compresseur watté.

Les pistons sont représentés à leur fin de course de droite. Alors, leurs lumières de droite sont en face des lumières $c'_1$ et $c'_2$ et leurs lumières de gauche en face des lumières $d_1$ et $d_2$; les lumières $c_1$ et $c_2$ sont obturées par les parois des pistons.

Entre les lumières $c'_1$ et $c'_2$ est branché un circuit comprenant le refroidisseur $R_1$ et le ventilateur $W_1$ dont le courant d'air pénètre dans la machine par la lumière $c'_1$ et en sort par la lumière $c'_2$. Il chasse l'air contenu entre elles et le remplace par de l'air sortant du refroidisseur $R_1$ à l'état $P_1V_1T_1$.

Entre les lumières $d_1$ et $d_2$ est branché un autre circuit comprenant le réfrigérant $R_2$ et le ventilateur $W_2$ dont le courant d'air pénètre dans la machine par la lumière $d_2$ et en sort par la lumière $d_1$. Il chasse l'air contenu entre elles et le remplace par de l'air sortant du refroidisseur $R_2$ à l'état $P_2V_3T_3$.

Lorsque les pistons vont de leur fin de course de droite à leur fin de course de gauche, ils ferment d'abord les lumières $c'_1$, $c'_2$, $d_1$, $d_2$. L'air à l'état $P_1V_1T_1$ contenu dans les fonds de cylindre de droite se détend et arrive à l'état $P_2V_2T_2$ quand les pistons découvrent les lumières $d_1$, $d_2$, $c_1$ et $c_2$, les lumières $c'_1$ et $c'_2$ demeurant recouvertes. En même temps, l'air à l'état $P_2V_3T_3$ contenu dans les fonds de cylindre de gauche s'est comprimé et est venu à l'état $P_1V_4T_4$. De nouveaux balayages remplacent l'air à l'état $P_2V_2T_2$ par de l'air à l'état $P_2V_3T_3$ et l'air à l'état $P_1V_4T_4$ par de l'air à l'état $P_1V_1T_1$, ....

Le détendeur déwatté fait constamment passer de l'air du refroidisseur dans le réfrigérant, mais celui-ci est repris, à la sortie du réfrigérant, par le compresseur watté qui le refoule à l'entrée du refroidisseur.

Le balayage doit être fait avec précision et les ventilateurs doivent faire passer, à chaque ouverture des lumières, un volume d'air égal à celui contenu dans les cylindres.

Si le balayage à haute pression était insuffisant, tout l'air à la tempéra-

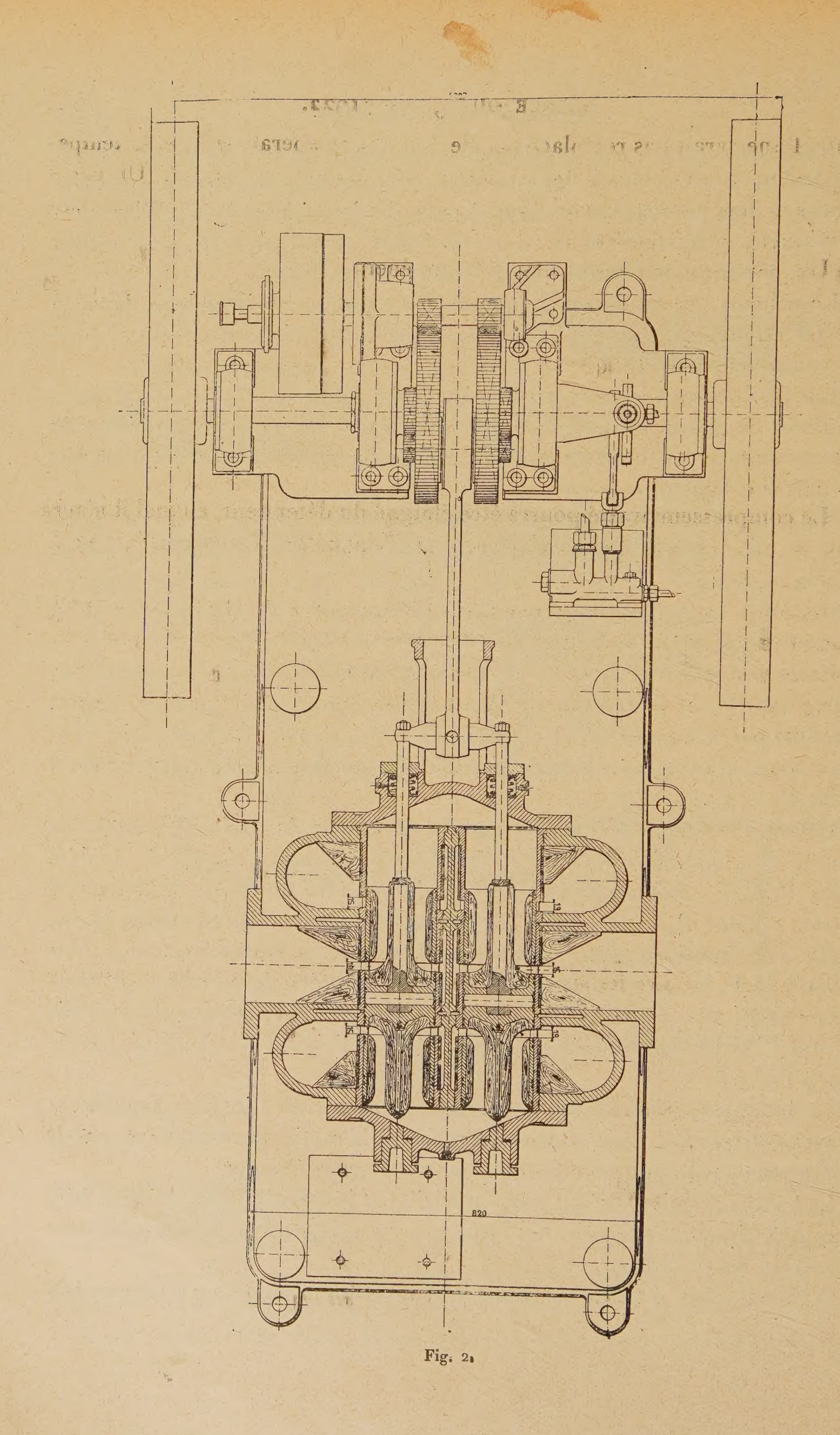



Fig. 2.

ture $T_4$ ne serait pas remplacé par de l'air à la température $T_1$ et la température $T_2$, à la fin de la détente, serait supérieure à celle prévue. Un excès de balayage amènera une dépense de travail de ventilation inutile, mais n'élèvera pas la température $T_2$.

Un balayage à basse pression trop énergique, après avoir extrait du détendeur à la température $T_2$, enverrait dans le réfrigérant de l'air à la température $T_3$.

Il convient donc de régler plutôt par excès le balayage à haute pression et par défaut celui à basse pression.

Le volume d'air à balayer par seconde étant proportionnel à la vitesse de rotation du détendeur déwatté, il convient de faire commander celui-ci et les ventilateurs par un même moteur auxiliaire à vitesse constante.

Le compresseur watté pourra être éloigné du détendeur, auquel il n'aura à être relié que par des conduites de petit diamètre. Il sera conduit par le moteur principal.

La pression $P_2$ sera maintenue constante, malgré les fuites, par un petit compresseur analogue à ceux qui desservent les freins des voitures électriques, se mettant en route ou s'arrêtant de lui-même.

Enfin l'on réglera la vitesse du compresseur watté, de manière à maintenir la pression $P_1$ à la valeur voulue.

Le système de distribution du détendeur déwatté ne comporte aucun organe de mouvement spécial et permet de donner une grande section aux lumières qui peuvent occuper les trois quarts de la circonférence le long de laquelle elles se développent.

On voit, sur la figure 2, la tête de bielle commandée par un relais d'engrenages : il fait décrire au centre de la tête une épicycloïde aplatie, au lieu d'une circonférence. Alors la vitesse des pistons est très ralentie aux fins de leurs courses et accélérée dans leurs milieux. Cette disposition double la durée du balayage, à égalité de hauteur des lumières, mais elle devra être éprouvée par une mise en service prolongée.

En faisant conduire les pistons par un simple mouvement de bielle et manivelle, nous aurons réglé la hauteur des lumières de manière qu'elles commencent à s'ouvrir et achèvent de se fermer lorsque la manivelle fait avec l'horizontale des angles égaux à $-45°$ et $+45°$.

Si l'on prend pour unités de longueur et de temps le mètre et la seconde et désigne par R le rayon des cylindres, $r$ celui de la manivelle, $\alpha$ la vitesse en tours par seconde du détendeur déwatté, W la vitesse du courant d'air de balayage à basse pression, les ventilateurs ayant un rendement de 0,7 : pour ne perdre que $100^{\text{kgm}}$ par kilogramme d'air, dans les orifices de la machine, dont 8 dans ceux du compresseur watté, on trouve qu'il faut avoir :

$$R\alpha = 0,176 \text{ m : sec.}, \qquad W = 20,8 \text{ m : sec.}$$

D'autre part, nous avons dû faire $r = 0,866$ R. Alors la course utile des pistons,

c'est-à-dire celle qu'ils effectuent en comprimant ou détendant l'air et non en remplissant le rôle de tiroirs, est égale à $r\sqrt{2} = 1,225$ R et l'on a :

$$\frac{\text{Volume engendré par seconde}}{\text{Volume engendré pendant la course utile des pistons}} = \frac{0,352}{R}.$$

Par rapport à sa puissance, la machine est d'autant plus légère et moins encombrante que ce rapport est plus grand. Il convient donc de donner de petits cylindres au détendeur déwatté, quitte à multiplier leur nombre en les associant, au besoin, comme ceux d'un moteur d'automobile.

Cela ne présente aucun inconvénient, grâce à la faiblesse des échanges de chaleur entre l'air et les parois qui l'enferment. Au contraire, il en résulterait une grande diminution de rendement thermique, pour une machine à ammoniac.

Nous pouvons ainsi faire une machine frigorifique à air capable de rivaliser, à tous les points de vue, avec les machines à ammoniac.

Dans une prochaine Note, nous ferons connaître les résultats fournis par la première machine de ce genre construite et actuellement en essais.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires*. Note (¹) de M. CHARLES DEPÉRET.

Je terminerai mon étude des formations quaternaires marines du nord de l'Europe par un court aperçu sur l'histoire du bouclier scandinave.

*Massif fenno-scandinave.* — Le bouclier scandinave a été le centre de dispersion des grands *inlandsis* qui ont envahi à diverses reprises le nord de l'Europe à l'époque quaternaire. Le massif a-t-il perdu totalement ou en partie sa couverture de glace aux époques de réchauffement *interglaciaires?* Cela est possible, sans qu'on ait pu reconnaître jusqu'ici en Scandinavie des dépôts marins d'âge franchement quaternaires, comparables à ceux des Iles Britanniques, de Hollande, du Danemark et de l'Allemagne.

Il faut arriver jusqu'après la retraite du glacier mecklembourgien-würmien pour voir la mer pénétrer sur les côtes et dans l'intérieur du massif au fur et à mesure de la fonte des glaces.

Bien qu'il s'agisse de faits qui sortent déjà du Quaternaire, je ne puis m'empêcher de donner au moins un aperçu de ces invasions marines post-quaternaires et de leurs relations avec les phénomènes de submersion et d'exhaussement reconnus par les remarquables travaux des géologues scan-

(¹) Séance du 6 juin 1922.

dinaves, finlandais et danois : Brögger, de Geer, Munthe, Hogböm, Sederholm, Ramsay, Madsen, Nordmann, etc.

Ces savants ont reconnu trois étages marins de bas en haut :

1. Argile à *Yoldia arctica* et *Arca glacialis* (*mer à Yoldia*, faune arctique).

2. Couches à *Tapes decussata :* faune mixte arctique et tempérée, ayant pour équivalent latéral dans la région baltique les sables à *Ancylus fluviatilis* (*lac à Ancylus*).

3. Argiles et sables à *Littorina littorea* (*mer à Littorines*, faune tempérée).

Les lignes de rivage atteignent des maxima d'altitude décroissante : 275$^{m}$ pour la mer à *Yoldia*, 100$^{m}$ pour le lac à *Ancylus*, 80$^{m}$ pour la mer à Littorines.

On a généralement interprété ces faits par un *affaissement* du massif scandinave antérieur ou contemporain de la mer à *Yoldia*, suivi d'un *exhaussement* en trois échelons, répondant aux altitudes indiquées.

Tels sont les faits. Nombreuses ont été les théories pour les expliquer. J'indiquerai seulement les suivantes : 1° Déformation de la surface marine par l'attraction des masses glaciaires ; 2° Contraction des roches par le froid et dilatation ultérieure par la fonte du glacier (Drygalski) ; 3° Surélévation du niveau de la mer par la restitution de l'eau de fonte des glaciers de l'ensemble du globe (Penck) ; 4° Affaissement du massif par la surcharge de masses de glace de plusieurs kilomètres d'épaisseur et décompression à la fonte du glacier (*théorie isostasique*) ; 5° Enfin, simples mouvements d'ensemble *épeirogéniques*.

Les trois premières théories se sont montrées inadéquates à la valeur numérique des changements observés et les opinions actuelles des géologues se partagent entre l'*isostasie* et l'*épeirogénie*. Je me rallie nettement à l'hypothèse isostasique pour les raisons suivantes :

1° Les mouvements d'affaissement et d'exhaussement du massif fenno-scandinave sont *extrêmement récents*. L'étage à Littorines appartient à l'âge du bronze. L'étage moyen à *Tapes* a fourni en haut des haches polies néolithiques et à sa base les grands tranchets (Skivespalter) du début du Néolithique. Enfin l'argile à *Yoldia* est postérieure aux moraines baltiques ou würmiennes. Il paraît peu vraisemblable que des mouvements épeirogéniques de cette importance aient pu se produire à une époque à peine préhistorique et contemporaine de l'homme néolithique.

2° Ces mouvements épeirogéniques sont d'autant plus invraisemblables que la région fenno-scandinave est un *bouclier* de très ancienne consolidation,

remarquable par sa fixité et sa résistance aux transgressions pendant la durée presque entière des périodes géologiques.

3° Un argument très fort en faveur de l'hypothèse isostasique est la remarquable concordance entre les régions de maximum d'exhaussement du massif d'une part et de plus grande épaisseur des masses glaciaires de l'autre. Les cartes des courbes *isobases* de la *mer à Yoldia* publiées par De Geer, Sederlhom et Ramsay montrent un centre maximum de soulèvement ($275^m$) dans la région orientale de la Suède, à l'entrée du golfe de Bothnie. Autour de ce centre, les courbes isobases s'ordonnent en lignes concentriques à niveau décroissant jusqu'à la ligne O, qui enferme l'ensemble du massif, en atteignant au Sud la pointe du Jutland et les rives allemandes de la Baltique. Les géologues s'accordent pour admettre que c'est aussi dans la région de maximum de surélévation que l'inlandsis a acquis son épaisseur maximum de plus de $3000^m$, comme le démontre le passage longtemps maintenu des bras du glacier se dirigeant vers l'Atlantique par les cols de la chaîne scandinave. Cette superposition des deux phénomènes ne peut être l'effet du hasard, d'autant plus que les courbes isobases de la mer à Littorines se superposent à celles de la mer à *Yoldia* avec un maximum de $80^m$ seulement.

On a objecté à l'hypothèse isostasique que la pénétration de la mer à *Yoldia* en Norwège (Brögger) s'est faite par étapes, accompagnant le progrès de la fonte du glacier et amenant les lignes de rivage à des niveaux de plus en plus élevés à mesure que l'on monte dans la série des couches. Dans l'hypothèse de l'affaissement par le poids du glacier, le maximum de dépression aurait dû être au début et non à la fin de cet étage.

Mais, contrairement à ces conclusions, De Geer a montré qu'en Suède le pays avait déjà subi son maximum d'affaissement au moment où il portait la calotte glaciaire et que la fonte du glacier a été accompagnée d'un soulèvement saccadé et non d'un affaissement.

Nous retiendrons de cet exposé le fait capital et impressionnant que le mouvement d'exhaussement qui a affecté le bouclier fenno-scandinave à l'époque postquaternaire se décompose en trois étapes progressives qui coïncident avec la fonte de plus en plus accusée du grand inlandsis.

4° Des faits analogues ont été observés sur le pourtour du bouclier canadien (Labrador, Nouvelle-Écosse, Terre-Neuve) et c'est aussi à l'hypothèse isostasique que se rallient maintenant la majeure partie des géologues américains, tels que Barrell, Fairchild, Daly et beaucoup d'autres.

OBSERVATIONS COMPLÉMENTAIRES SUR LES LIGNES DE RIVAGE QUATERNAIRES. —

Depuis la publication de la série de mes Notes sur les formations quaternaires marines, quelques observations nouvelles sont venues étendre et confirmer les conclusions de mon travail :

1. *Maroc.* — Les plus intéressants de ces faits nouveaux ont trait à la côte atlantique marocaine. Aux environs immédiats de Casablanca, M. Lecointre [1] nous a fait connaître trois étages marins à faune distincte :

1° Le niveau le plus ancien et le plus élevé est un calcaire gréso-tuffacé qui contient, avec une faune méditerranéenne banale, deux espèces tropicales : *Calyptræa radians* Lam. des îles du Cap Vert et *Acanthina crassilabrum* Lam. des côtes du Chili et du Pérou. L'altitude maximum de cet affleurement est de 80$^{m}$ (carrière de Maarif) et la ligne de rivage, qui était certainement un peu plus élevée, se rapproche beaucoup de l'altitude normale de l'étage *Sicilien* (90$^{m}$-100$^{m}$). Au même étage il convient de rattacher deux autres gisements : (*a*) les calcaires saccharoïdes de Dar Sidi Abderhanane atteints par un puits à + 57$^{m}$ et (*b*) les calcaires compactes d'Anfa exploités pour pierre de taille à la cote maximum + 29$^{m}$. Ces deux gisements qui ont fourni aussi *Calyptræa radians* et *Acanthina crassilabrum* doivent être regardés comme des dépôts plus profonds de la même mer sicilienne.

2° Une terrasse topographique plane de poudingues marins qui surmonte le calcaire d'Anfa s'élève à la cote + 30$^{m}$ et représente, à n'en pas douter, la terrasse marine *thyrrhénienne*.

3° Aux Roches Noires, la fabrique de ciment *Le Palmier* exploite des calcaires gréseux avec *Purpura hœmastoma* L., *Patella safiana* Lam., *Siphonaria Algesiræ* Quoy et Gaimard (où M. Lecointre a recueilli à la base des débris d'*Elephas* du groupe *antiquus-iolensis*). Le sommet de la carrière est à + 20$^{m}$ et doit représenter, à peu de chose près, le niveau de la ligne de rivage *monastérienne*.

4° Enfin, M. Lecointre signale le long de la côte, en plusieurs points (El Hang, îlôt de Fedhala, Aïn D'ab, Aïn Mazi, Aïn Rouman), des dépôts marins échelonnés de la côte + 12$^{m}$ à la côte + 6$^{m}$, avec faune marocaine actuelle et indiquant sans doute une ou plusieurs lignes de rivage un peu plus récentes.

La concordance est frappante de ces lignes de rivage de la côte atlantique marocaine avec trois des lignes de rivage classiques de la Méditerranée.

2. *Côte française de la Manche.* — MM. Dautzenberg et Dollfus [2] ont

---

(1) Lecointre, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 375 et 396.

(2) Dautzenberg et Dollfus, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 169.

découvert près de Saint-Malo, au hameau de Saint-Joseph, à près de $3^{km}$ de la mer, un dépôt de sables et graviers marins de $1^{m},20$ d'épaisseur, contenant une faune de 42 espèces de Mollusques, toutes de la Manche actuelle. L'altitude du dépôt est seulement de $5^{m}$ à $6^{m}$ au-dessus des plus hautes eaux, mais la ligne de rivage était sans doute un peu plus élevée et se rattachait peut-être à celle du cordon littoral avec banc d'Huîtres à $+10^{m}$ signalé par Génée aux Polders de Dol.

Je signalerai aussi un autre gisement marin à l'extrémité nord du boulevard maritime du Havre. Ce gisement, déjà indiqué par Lennier [1] et Passy [2] (comme me l'a fait aimablement savoir M. Julien), consiste en une série de sables et d'argiles tourbeuses reposant sur le Kimméridgien : la base descend à $0^{m},50$ au-dessus des plus hautes marées et le sommet atteint $+9^{m},60$. La faune est identique à celle de la Manche. Le niveau exact de la ligne de rivage ne peut être établi.

MÉTÉOROLOGIE. — *Pressions et poids spécifiques de l'air en atmosphère normale.* Note [3] de M. A. **Rateau.**

Toutes les forces qui prennent naissance dans un aéroplane (sustentation, résistance à l'avancement, pressions sur les pistons du moteur, traction de l'hélice) sont proportionnelles au poids spécifique de l'air dans lequel il vole. Il est donc d'une utilité primordiale de connaître aussi exactement que possible les variations de ce poids spécifique avec l'altitude, tout au moins en atmosphère moyenne dans nos climats.

Des indications, à ce sujet, ont été données déjà par le professeur Gamba de Pavie, par M. R. Soreau, d'après 40 observations faites par ballons sonde au cours du premier semestre 1912 [4], et par M. Lapresle, d'après 215 observations faites à l'Observatoire de Lindenberg, près Berlin, de 1906 à 1916 [5].

Les résultats de M. Soreau et ceux de l'Observatoire de Lindenberg

---

(1) Lennier, *Études géologiques et paléontologiques de l'embouchure de la Seine*, 1872, p. 230.

(2) Passy, *Description géologique du département de la Seine-Inférieure*, 1832, p. 84.

(3) Séance du 13 juin 1922.

(4) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 818, et *Aérophile*, 1-15 décembre 1919.

(5) *Aérophile*, 1-15 mars 1920.

paraissent à première vue quelque peu divergents; mais une analyse approfondie m'a montré qu'ils s'accordent parfaitement, en sorte que nous pouvons préciser maintenant les conditions de l'atmosphère normale mieux qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

Étudions d'abord la décroissance des pressions.

1° *Pressions.* — La variation $dp$ de la pression atmosphérique est liée à la

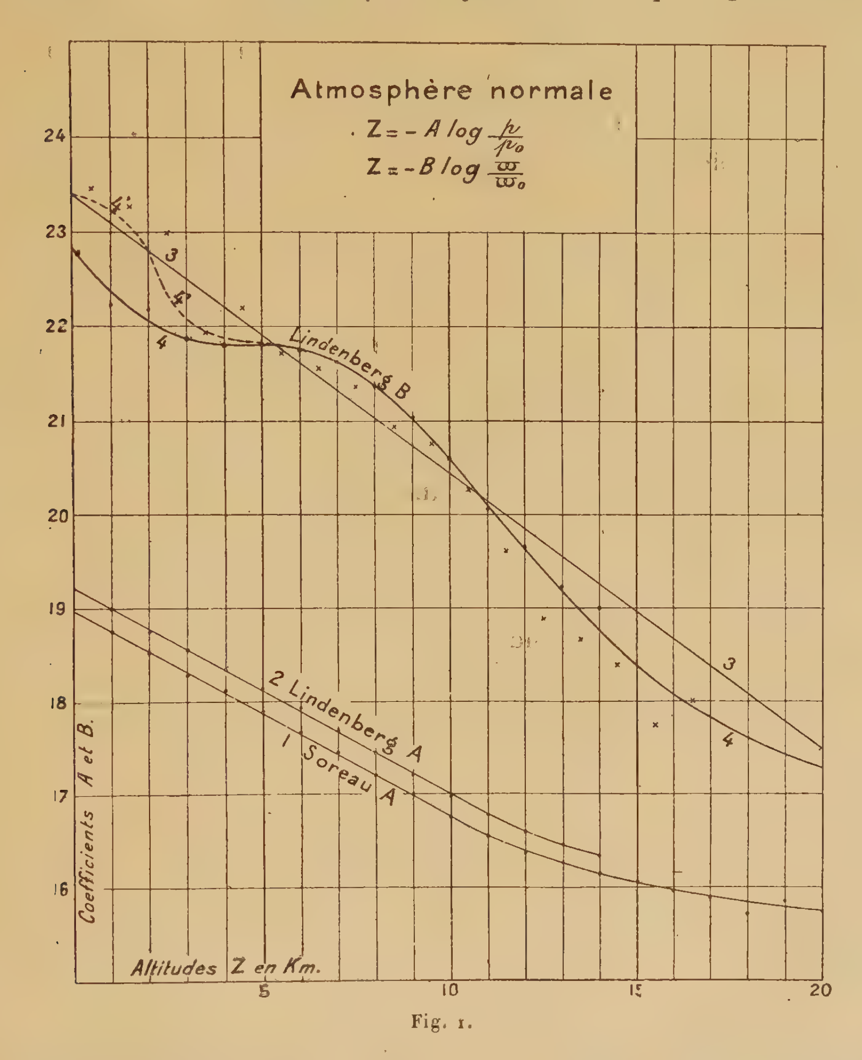



Fig. 1.

variation correspondante $dZ$ de l'altitude Z, comptée en kilomètres à partir du niveau de la mer, et au poids spécifique $\varpi$ de l'air à cette altitude par la formule

$$dp = -\varpi\, dZ. \tag{1}$$

Si la température était constante, ce qui est à peu près réalisé dans la stratosphère, au-dessus de $11^{km}$, $\varpi$ serait proportionnel à $p$, et l'on aurait, en intégrant (1),

$$Z = \frac{p_0}{\varpi_0} \log_e \frac{p_0}{p}. \tag{2}$$

Posons, le logarithme étant maintenant pris avec la base 10,

$$Z = -A \log \mu \quad \text{avec} \quad \mu = \frac{p}{p_0}. \tag{3}$$

Dans la stratosphère, où la température moyenne est $-54°$, on aurait

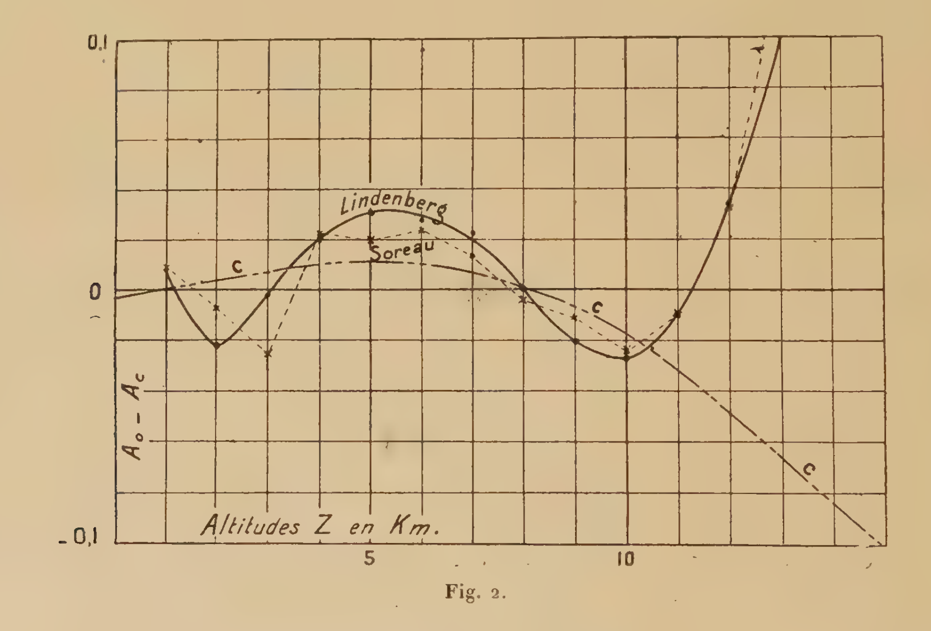



Fig. 2.

$A = 14,76$, Z représentant une différence d'altitudes et $\mu$ le rapport des pressions à ces altitudes.

Voyons, d'après les moyennes des observations, comment varie en réalité le coefficient A avec l'altitude, à partir de la mer. Sur le graphique (*fig.* 1) (Z en abscisse, A en ordonnée), j'ai marqué les points qui correspondent aux chiffres donnés par M. Soreau (courbe 1) et aux chiffres de Lindenberg (courbe 2).

Nous constatons que, jusqu'à $Z = 11^{km}$, les points expérimentaux se rangent assez bien sur des droites, d'ailleurs convergentes, comme cela doit être, sur un point de l'axe des Z, et ce point est $Z = 87^{km}$. Les écarts entre

les points expérimentaux et les droites

$$(4)\qquad A = 19,125 - 0,221\,Z \quad \text{pour Lindenberg,}$$
$$(4')\qquad A = 18,965 - 0,218\,Z \quad \text{pour Soreau}$$

ne dépassent pas 0,17 et 0,14 pour 100, respectivement.

J'ai marqué, pour y voir plus clair, les écarts absolus sur la figure 2, où les ordonnées sont considérablement amplifiées. On voit bien ainsi l'accord remarquable entre les deux séries de chiffres. Les courbes réelles serpentent sensiblement de la même manière autour des droites moyennes.

Au-dessus de 11$^{km}$, comme on est en stratosphère, les droites de la figure 1 se prolongent par des arcs d'hyperbole, asymptotes à la droite $A = 14,76$ parallèle à l'axe des Z. L'écart de 1,3 pour 100, entre les chiffres de Soreau et ceux de Lindenberg provient évidemment d'une certaine différence entre les températures moyennes (probablemeet 3°,6 au sol) pour les deux séries d'observations; et, en effet, les résultats utilisés par M. Soreau ont tous été obtenus en hiver ou au printemps, tandis que ceux de Lindenberg se répartissent mieux sur l'ensemble de l'année, et de plus ils se rapportent à des lieux où les températures moyennes annuelles ne sont pas les mêmes.

2° *Poids spécifiques*. — Pour les poids spécifiques, posons de même :

$$(5)\qquad Z = -B \log\lambda \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{\varpi}{\varpi_0}.$$

Puisque, d'après (1), $\varpi$ est la dérivée de $p$ par rapport à Z, $\lambda$ peut se déduire de $\mu$ et B de A. En particulier, si A suivait exactement la loi linéaire, comme (4), $A = A'(1 - bZ)$, on aurait, en partant de (1),

$$(6)\qquad \lambda = \mu(1 - b\log\mu)^2,$$

et, ensuite, par développement en série, en supposant le coefficient

$$A' = 18,965,$$

par exemple, correspondant aux résultats de Soreau,

$$(7)\qquad B = 23,4(1 - 1,12x + 0,1x^2 + \ldots) \quad \text{avec} \quad x = \frac{Z}{87}.$$

Cette équation représente une courbe qui, dans les limites de notre graphique, est très peu différente de la droite 3 (*fig*. 1), dont l'équation est $B = 23,4 - 0,295\,Z$.

Mais, en fait, la courbe de A serpente autour de la droite moyenne; il doit

en être de même pour B, avec des écarts relatifs plus larges puisque $\varpi$ est la dérivée de $p$. Les écarts les plus importants correspondent aux points d'inflexion de la courbe des A et les écarts nuls aux écarts maximum de A. C'est bien ce que l'on constate pour la partie au delà de $Z = 5$.

La courbe 4 suit les points ronds qui, jusqu'à $Z = 14$, correspondent exactement aux chiffres de poids spécifiques de Lindenberg; au delà de $Z = 13$, je l'ai prolongée par un arc d'hyperbole, comme cela doit être en stratosphère à température constante.

Les points marqués par des croix traduisent les chiffres que j'ai déduits des pressions données par M. Soreau, non pas par différentiation, mais par les différences finies, de kilomètre en kilomètre. Avec un tel mode de calcul, il faut s'attendre à des écarts considérables. On constate, néanmoins, un accord satisfaisant avec la courbe 4 déduite des chiffres de Lindenberg, sauf entre $0^{km}$ et $5^{km}$, où les croix paraissent se rapprocher plus de la droite 3 que de la courbe 4. A ces basses altitudes, on sait que les températures de l'air sont peu stables et les observations, par conséquent, très irrégulières.

Si l'on voulait que, entre $0^{km}$ et $5^{km}$, la courbe de B corresponde bien à celle de A, il faudrait la remonter et lui donner la forme sinueuse indiquée en $4'$, qui se rapproche davantage des points résultant des données de Soreau.

De cette analyse, en résumé, il me paraît découler que la courbe 4, ou $4'$ au-dessous de $5^{km}$, représente, à quelques millièmes près, 4 ou 5 au plus, les variations relatives du poids spécifique moyen de l'air avec l'altitude, dans nos régions. De nouvelles observations permettront de la préciser davantage, sans la déformer, sans doute, au delà de ce que j'indique ci-dessus. Nous possédons donc maintenant une bonne base pour les calculs relatifs à l'atmosphère normale.

Mais, malheureusement, cette courbe ne paraît pas susceptible d'être mise en équation sous forme simple, et il faut nécessairement se servir du graphique pour procéder aux calculs numériques.

*Formules binomes.* — On représente parfois la pression relative moyenne par une formule binome telle que

$$\mu = (1 - aZ)^m. \tag{8}$$

Le poids spécifique rélatif $\lambda$, étant la dérivée de la pression, doit être, dès lors, représenté par

$$\lambda = (1 - aZ)^{m-1}. \tag{9}$$

Ces formes sont, dans certains cas, commodes. Elles seraient rigoureuses si

la décroissance de la température de l'air était exactement proportionnelle à l'altitude; mais, comme, en réalité, il n'en va pas ainsi, les valeurs qu'elles donnent s'écartent, du moins pour les poids spécifiques, des valeurs vraies de quantités allant jusqu'à plus de 3 pour 100. C'est trop.

Déterminons, par exemple, $a$ et $m$ par la condition que la formule (8) concorde avec la première des formules (4), relative aux observations de Lindenberg, pour $Z_1 = 1$ et pour $Z_2 = 8$ qui sont des altitudes où les résultats de Soreau et de Lindenberg s'accordent parfaitement entre eux. C'est assurément ce que nous pouvons faire de mieux.

L'exposant $m$ se calcule par

$$(10) \qquad m = \frac{Z_2}{-A_2 \log(1 - aZ_2)} = \frac{Z_1}{-A_1 \log(1 - aZ_1)},$$

après avoir calculé le coefficient $a$ par l'équation

$$(11) \qquad (1 - aZ_2)^{A_2 Z_1} = (1 - aZ_1)^{A_1 Z_2},$$

qui, dans le cas choisi, est

$$(11\ bis) \qquad 1 - 8a = (1 - a)^{8,71}.$$

Nous obtenons ainsi $m = 5,396$, $a = 0,022215$, que l'on peut plus simplement remplacer par $m = 5,4$, $a = 0,0222$, sans erreur sensible.

Avec ces chiffres, on trouve, pour écarts entre la formule (8) et la formule (3), complétée par (4), les valeurs indiquées à la deuxième ligne du Tableau ci-après :

| à Z....... = | 0. | 1. | 5. | 8. | 10. | 12. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A' - A_c$.. = | −0,005 | 0 | +0,012 | 0 | −0,018 | −0,049 |
| $B'$....... = | 23,58 | 23,32 | 22,24 | 21,42 | 20,85 | 20,27 |

Ces écarts sont traduits sur la figure 2 par la courbe C en pointillé mixte.

On constate par là que la forme binome, avec l'exposant et le coefficient ci-dessus, suit les déterminations de la pression à moins de 0,14 pour 100 près, jusqu'à $Z = 11^{\text{km}}$, un peu mieux que la forme logarithmique (3).

Pour les poids spécifiques, cela va moins bien. La troisième ligne du Tableau indique les valeurs de B déduites du rapprochement des formules (5) et (9). Ces valeurs sont trop fortes. L'écart avec les chiffres observés atteint 3,1 pour 100 à $Z = 3$ et 1,5 pour 100 à $Z = 11$ [1]. Il est

---

[1] Pour amener la courbe résultant de la forme (9) à coïncider avec la droite 3 dans la région avoisinant $Z = 5$, il faudrait élever l'exposant $m - 1$ à 4,46, au lieu de 4,4.

donc préférable de recourir aux courbes des graphiques que j'ai donnés et qui résultent des observations elles-mêmes. D'ailleurs, au delà de $11^{km}$, les formules en question ne conviennent plus du tout.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'élimination des constantes arbitraires.* Note de M. **Riquier**.

I. Considérons un système différentiel, S, impliquant les $k$ fonctions inconnues $u$, ... des $h$ variables indépendantes $x$, ... et remplissant les conditions A et B, formulées ci-après :

A. *Le système* S *est résolu par rapport à diverses dérivées des fonctions inconnues, et ses seconds membres, analytiques et réguliers entre certaines limites, sont indépendants de toute dérivée principale* ([1]). De plus, *en attribuant aux variables indépendantes et aux inconnues des cotes* ([2]) *respectives convenablement choisies sous la restriction expresse que la cote de chaque variable indépendante soit supérieure à zéro, chaque second membre ne contient, outre les variables indépendantes, que des quantités (inconnues ou dérivées) dont la cote ne surpasse pas celle du premier membre correspondant.*

Désignant alors par $\delta$ la cote minima, et par $\Delta$ la cote maxima des premiers membres du système S, prolongeons indéfiniment ce dernier par toutes les différentiations possibles d'ordres 0, 1, 2, ... exécutées conformément à l'algorithme des fonctions composées, et partageons les relations résultantes en groupes successifs, $S_\delta$, $S_{\delta+1}$, ..., $S_\Delta$, $S_{\Delta+1}$, ..., d'après les cotes croissantes de leurs premiers membres : chacun de ces groupes, désigné par une notation où figure un indice, comprend un nombre de relations essentiellement limité, au moins égal au nombre des dérivées principales de cote égale à cet indice. Cela étant, nous adjoindrons à l'hypothèse A la suivante :

B. Dans les limites où les seconds membres de S sont tous analytiques et réguliers, et en imposant, éventuellement, aux valeurs numériques des quantités qui y figurent telles ou telles restrictions d'inégalité, *on peut, des groupes successifs (en nombre illimité)* $S_\delta$, $S_{\delta+1}$, ..., $S_c$, ..., dont chacun est linéaire par rapport aux dérivées principales de cote égale à son indice, *extraire respectivement des groupes*, $t_\delta$, $t_{\delta+1}$, ..., $t_c$, ..., *tels que l'un quelconque d'entre eux*, $t_c$, *composé de relations en nombre exactement égal à celui*

---

([1]) Riquier, *Les Systèmes d'équations aux dérivées partielles*, n° 90.

([2]) *Ibid.*, n° 102.

*des dérivées principales de cote* C, *soit résoluble par rapport à celles-ci* (conformément à l'algorithme de Cramer). Nous désignerons par $\psi_\delta, \psi_{\delta+1}, \ldots, \psi_C$ les formules obtenues en résolvant l'ensemble des groupes $t_\delta, t_{\delta+1}, \ldots, t_C$ (où C est quelconque) par rapport aux dérivées principales de cotes $\delta, \delta+1, \ldots, C$ : l'expression qui en résulte pour l'une quelconque de ces dernières ne contient, outre les variables $x, \ldots$, que des quantités, inconnues ou dérivées paramétriques, de cote inférieure ou égale à C, à l'exclusion de toute dérivée principale.

II. Les conditions A et B étant supposées remplies, nous dirons que le système S est *passif*, lorsqu'il satisfait en outre à la suivante : *Si, après avoir résolu l'ensemble des groupes* $t_\delta, t_{\delta+1}, \ldots, t_C$ (*où* C *est quelconque*) *par rapport aux dérivées principales de cotes* $\delta, \delta+1, \ldots, C$, *on substitue à ces dernières, dans les équations restantes de* $S_\delta, S_{\delta+1}, \ldots, S_C$, *les expressions fournies par les formules de résolution* $\psi_\delta, \psi_{\delta+1}, \ldots, \psi_C$, *les relations résultantes sont vérifiées pour toutes valeurs numériques des variables* $x, \ldots$, *des inconnues* $u, \ldots$, *et des dérivées paramétriques de cote inférieure ou égale à* C, considérées pour un instant comme autant de variables indépendantes distinctes [1].

Les systèmes de cette espèce jouissent de la propriété suivante :

Nommons *fonction formelle* des variables $z, \ldots$ une série entière en $z, \ldots$, admettant, ou non, quelque système de rayons de convergence : cela étant, *le système* S, *supposé passif, admet une figure intégrale formelle, et une seule, répondant à des conditions initiales données*. Dans cet énoncé, les $k$ inconnues $u, \ldots$ sont considérées, indifféremment, soit comme dépendant seulement des $h$ variables $x, \ldots$, soit comme dépendant en même temps d'autres variables, en nombre quelconque, qui ne figurent dans les équations du système ni par elles-mêmes, ni par l'intermédiaire d'aucun symbole de dérivation.

III. Le système S étant supposé *passif*, désignons par $\Theta$ un entier (algébrique) au moins égal à $\Delta$, et considérons, dans le groupe formé par *les inconnues* $u, \ldots$ *et leurs dérivées paramétriques de tous ordres*, les diverses quantités dont la cote ne surpasse pas $\Theta$. Soient $q$ le nombre des quantités ainsi envisagées; $v_1, \ldots, v_q$ ces quantités elles-mêmes; $(S, \Theta)$ un système

---

[1] Un exemple de système différentiel remplissant les conditions A et B est fourni par les systèmes *orthoïques*, que nous avons étudiés dans un Mémoire ayant pour titre : *Sur une question fondamentale du Calcul intégral* (*Acta mathematica*, t. 23). Cette étude contient, notamment, la réduction des conditions de passivité d'un système orthoïque à un nombre essentiellement limité d'entre elles.

d'équations aux dérivées partielles, identique à S quant à l'écriture, mais où les $k$ inconnues $u, \ldots$ seront supposées dépendre, non plus seulement des $h$ variables $x, \ldots$, comme dans S, mais en même temps de $q$ autres variables $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$. Considérons alors le groupe des $k$ fonctions formelles

$$(1) \qquad u = \mathrm{U}[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - q_q^{(0)}], \ldots,$$

dépendant des $h + q$ variables $x, \ldots, \alpha_1, \ldots, \alpha_q$, aux valeurs initiales respectives $x^{(0)}, \ldots, \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q^{(0)}$ ; puis, prolongeant indéfiniment le système (1) par toutes les différentiations possibles d'ordres 0, 1, 2, ... *relatives aux seules variables* $x, \ldots$, extrayons du système ainsi prolongé les $q$ relations ayant pour premiers membres respectifs $v_1, \ldots, v_q$,

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = \mathrm{V}_1[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ v_q = \mathrm{V}_q[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}]. \end{array} \right.$$

[Nous supposons expressément que les termes constants des seconds membres de (2), associés aux valeurs $x^{(0)}, \ldots$ de $x, \ldots$, n'excèdent pas les limites spécifiées dans la condition B.]

Considérons enfin, parmi *les dérivées principales* des inconnues $u, \ldots$ du système S, celles dont la cote ne surpasse pas $\Theta$; désignons leur nombre par $p$, ces quantités elles-mêmes par $w_1, \ldots, w_p$; puis, du système (1), indéfiniment prolongé comme ci-dessus, extrayons les $p$ relations ayant pour premiers membres respectifs $w_1, \ldots, w_p$,

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{l} w_1 = \mathrm{W}_1[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ w_p = \mathrm{W}_p[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}]. \end{array} \right.$$

Cela posé, la propriété qui fait l'objet de la présente Note se formulera comme il suit : *Le principe général des fonctions implicites étant*, comme il est possible de le faire, *étendu au monde des fonctions formelles*, *et le groupe des relations* (2) *étant supposé résoluble par rapport aux constantes arbitraires* $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$ *conformément à ce principe, pour que, dans l'espace à* $k + h + q$ *dimensions* $[(u, \ldots, x, \ldots, \alpha_1, \ldots, \alpha_q)]$, *la figure* (1), *à* $h + q$ *dimensions, soit une intégrale du système* $(\mathrm{S}, \Theta)$, *il faut et il suffit qu'en remplaçant, dans* (3), $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$ *par leurs valeurs tirées de* (2), *on retombe sur celles d'entre les relations* $\psi_\delta, \psi_{\delta+1}, \psi_{\delta+2}, \ldots$, *qui ont pour premiers membres respectifs* $w_1, \ldots, w_p$, *c'est-à-dire sur les relations* $\psi_\delta, \psi_{\delta+1}, \ldots, \psi_\Theta$.

Cet énoncé renferme comme cas très particuliers deux propriétés clas-

siques, relatives, l'une aux intégrales générales d'un système différentiel total, l'autre aux intégrales complètes de l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial y}\right).$$

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les liquides à plans équidistants de Grandjean.* Note [1] de MM. G. **Friedel** et L. **Royer**.

Nous avons montré, dans une récente Communication, que la réflexion des couleurs dites « épipoliques » et le pouvoir rotatoire paraissent liés, dans les liquides à plans équidistants, à la structure particulière qui se manifeste par l'existence de ces plans. Voici deux faits nouveaux qui nous semblent établir définitivement cette conclusion :

Les mélanges de cyanbenzalaminocinnamate d'amyle (liquide du premier type) et de benzoate de cholestérine (liquide du second type) tenant de 2,5 à 2,75 du premier corps pour 1 du second, montrent à basse température, au voisinage du point de fusion des cristaux, toutes les propriétés d'un corps du premier type, comme le cyanbenzalaminocinnamate pur; la longueur d'onde d'inversion est seulement rejetée dans l'infrarouge et les plans beaucoup plus espacés que dans le corps pur. Aux températures élevées, au voisinage de la fusion isotrope, ils ont toutes les propriétés d'un corps du second type, comme le sel de cholestérine pur, avec également la longueur d'onde d'inversion rejetée dans l'infrarouge et les plans très espacés. Le changement se fait à une certaine température $\theta$, d'autant plus élevée que la proportion de sel de cholestérine est plus faible, et qui pour les mélanges à 3/1 dépasse déjà la température de fusion isotrope, de même que pour les mélanges à 2,25/1 elle reste inférieure à la température de cristallisation. En approchant de $\theta$, on assiste à la transformation d'un corps du premier type en un corps du second. Le pouvoir rotatoire qui, aux températures inférieures à $\theta$, est droit et décroissant du violet au rouge, devient gauche et reste décroissant dans le même sens; les virgules, qui ne se voient nettement qu'à une certaine distance de $\theta$ de part et d'autre, changent de sens; le déplacement des franges noires par rotation des nicols s'inverse.

En approchant de $\theta$, aussi bien par refroidissement que par échauffement,

---

(1) Séance du 6 juin 1922.

on voit les plans de Grandjean s'espacer de plus en plus, et très rapidement au voisinage immédiat de $\theta$, leurs distances pouvant croître dans la proportion de 1 à 3 ou 4 et plus sans qu'ils cessent d'être visibles. Puis ils disparaissent, leurs bords devenant de plus en plus semblables aux fils qui caractérisent les liquides à fils ordinaires et qui sont, comme on sait, des axes d'enroulement de la structure; à $\theta$, il n'y a plus de trace de plans, et les bords des anciens plans ne diffèrent plus des fils. Les virgules se sont effacées. Si l'on observe entre un verre plan et un verre convexe, on voit les anneaux de pouvoir rotatoire s'évanouir sans notable déplacement. Puis, la température $\theta$ dépassée dans un sens ou dans l'autre, on voit reparaître les plans de Grandjean, d'abord très espacés, puis de plus en plus serrés à mesure que la température s'éloigne de $\theta$. Les virgules se reforment, changées de sens; les anneaux de pouvoir rotatoire se rétablissent, de plus en plus nets. Mais à la température $\theta$, il n'y a plus ni plans, ni virgules, ni pouvoir rotatoire; on a affaire à un liquide à fils ordinaire sous forme de plages à noyaux et à fils, jamais normales à l'axe d'ailleurs et ne différant pas des plages à noyaux de l'azoxyphénétol. A la température $\theta$, les détails de la face inférieure de la préparation se voient nettement à travers l'épaisseur minime du liquide; mais dès qu'on s'en écarte et que les plans apparaissent, aucune mise au point n'est plus possible à travers, ne fût-ce qu'un seul de ces plans.

Il paraît résulter de là qu'à la température $\theta$, la structure à forte torsion liée à l'existence des plans, et qui est cause du pouvoir rotatoire, disparaît; au-dessus de $\theta$, la torsion est dans un sens; au-dessous, dans l'autre; en approchant de $\theta$, elle diminue par l'espacement des plans; à $\theta$, elle semble disparaître. Le passage d'un corps du premier type à un corps du second se fait par simple changement de sens de la torsion, et par l'intermédiaire d'un liquide sans torsion spontanée qui ne diffère en rien des liquides à fils ordinaires.

Le second fait est le suivant :

S'il est vrai que la longueur d'onde d'inversion du pouvoir rotatoire soit précisément celle du rayon réfléchi par les plans, et qui est définie par l'équidistance de ces plans, cette longueur d'onde doit dépendre de l'incidence comme en dépendent, il est facile de le constater et cela est connu depuis longtemps, la longueur d'onde de la couleur épipolique réfléchie et la couleur complémentaire transmise. C'est ce que nous avons constaté en effet. L'emploi du monochromateur permet de déterminer aisément la longueur d'onde d'inversion en observant les anneaux du pouvoir rotatoire

entre verre plan et verre convexe. Si l'on dispose les choses de façon à pouvoir faire tourner la préparation autour d'un axe horizontal pénétrant dans le four électrique où la préparation est maintenue à température constante, on constate que la longueur d'onde d'inversion varie avec l'inclinaison, et est d'autant plus petite que l'inclinaison de la préparation par rapport à la platine du microscope est plus grande. Les mesures précises des longueurs d'onde réfléchies, qui seront nécessaires pour la comparaison, n'ont pas encore été faites, mais on peut d'ores et déjà affirmer que la variation de la longueur d'onde d'inversion est dans le sens et de l'ordre de grandeur prévus. Il est extrêmement probable que la longueur d'onde d'inversion coïncide avec la longueur d'onde réfléchie, non seulement sous l'incidence normale, mais aussi sous des incidences quelconques.

Dans les préparations dont les plans de Grandjean n'offrent pas partout un parfait parallélisme avec la surface du support, cas très fréquent, on observe d'un point à l'autre de notables variations du pouvoir rotatoire et, en même temps, de la couleur réfléchie. Il n'est pas rare qu'au voisinage de la longueur d'onde d'inversion l'on trouve des parties de la préparation qui montrent un pouvoir rotatoire droit pendant que d'autres ont le pouvoir rotatoire gauche. Il en résulte que toutes les mesures portant soit sur le pouvoir rotatoire, soit sur la longueur d'onde d'inversion, soit sur les longueurs d'onde réfléchies ou sur les indices, ne peuvent être faites utilement que sur des préparations parfaitement organisées, qui ne sont pas toujours aisées à obtenir sur verre, et que l'on reconnaît à ce qu'elles réfléchissent une couleur bien homogène et totalement polarisée circulaire. Ces faits s'expliquent tout naturellement à la suite de la constatation précédente : les variations locales du pouvoir rotatoire et de la longueur d'onde réfléchie (d'inversion) sont dues aux régions de la préparation où les plans de Grandjean font des angles trop importants avec le plan normal au rayon lumineux observé. La loi de variation de la longueur d'onde réfléchie avec l'inclinaison, aisée à calculer, montre d'ailleurs que fort heureusement l'effet de l'inclinaison est négligeable quand celle-ci n'est que de quelques degrés.

Pour toutes ces raisons, il nous paraît hors de doute que le pouvoir rotatoire énorme qui caractérise les liquides à plans est, au même titre et en même temps que la réflexion des couleurs par ces liquides, déterminé par la structure très particulière liée à l'existence de ces plans. De cette structure, nous ne savons encore que peu de chose. Nous pouvons présumer qu'elle comporte, d'un plan à l'autre, des torsions extrêmement fortes,

pouvant aller probablement à quelque 90° par intervalle de plans, soit un millier de tours par millimètre dans les cas ordinaires; et nous savons qu'elle présente, à intervalles réguliers, des discontinuités qui sont les plans de Grandjean, dont les bords paraissent être des lignes d'enroulement de la structure comparables aux fils. Ces plans ont la propriété, encore inexpliquée, de réfléchir l'un des rayons circulaires à l'exclusion de l'autre; mais cette propriété étant donnée, l'équidistance de ces plans nous permet de calculer (les indices étant supposés connus) la longueur d'onde réfléchie et ses variations avec l'inclinaison, et par suite la longueur d'onde d'inversion du pouvoir rotatoire. Tous ces faits, ainsi que la variation anomale du pouvoir rotatoire au voisinage de la longueur d'onde d'inversion, s'expliqueront d'un seul coup lorsqu'on connaîtra la structure.

Il va de soi qu'une structure dans laquelle interviennent des torsions spontanées qui, dans un même corps, sont toujours de même sens, doit être déterminée par l'asymétrie de la molécule. Mais ce n'est pas directement cette asymétrie de la molécule qui détermine l'énorme pouvoir rotatoire des liquides à plans.

M. **Paul Painlevé** dépose sur le Bureau de l'Académie un Ouvrage intitulé : *Les axiomes de la Mécanique, examen critique* (Paris, Gauthier-Villars), dont il est l'auteur.

Dans la première Partie de cet Ouvrage, ajoute M. Painlevé, « j'ai reproduit l'exposé et la discussion des axiomes de la Mécanique, tels que je les ai enseignés depuis de longues années et qui se prêtent d'eux-mêmes à la comparaison avec la doctrine einsteinienne.

« Le premier Chapitre de la seconde Partie est relatif à la propagation de la lumière et aux différentes explications possibles et compatibles de l'expérience de Michelson, de l'aberration et de la formule de Fizeau-Fresnel. Le second Chapitre se rapporte au principe de l'action et de la réaction : les propriétés attribuées par Newton au mouvement absolu n'entraînent pas sous sa forme stricte le principe classique de l'action et de la réaction, mais sont compatibles avec une forme plus étendue du principe où la force n'est plus égale à $m\overline{\gamma}$, ($m$ quantité de matière, $\overline{\gamma}$ accélération absolue), mais est définie de la manière suivante : soient $\overline{\gamma}_t$ et $\overline{\gamma}_n$ les projections de $\overline{\gamma}$ sur la tangente et sur la normale principale à la trajectoire; la force F est la somme des deux vecteurs $mf(v)\overline{\gamma}_t$ et $m\varphi(v)\overline{\gamma}_n$, où $f(v)$ et $\varphi(v)$ sont deux fonctions positives de la vitesse absolue $v$, les

mêmes pour tous les éléments matériels, et égales à l'unité pour $v = 0$. On peut appeler $m$ la masse statique, $mf(v)$ la masse cinétique longitudinale et $m\varphi(v)$ la masse cinétique transversale. On construit ainsi une Mécanique ayant les mêmes points de départ que la Mécanique newtonienne, qui coïncide avec celle-ci pour $f(v) \equiv \varphi(v) \equiv r$, et qui se raccorde avec la Mécanique einsteinienne pour un choix convenable (adopté une fois pour toutes) des fonctions $f(v)$ et $\varphi(v)$. »

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Ranvier*, décédé.

Le nombre de votants étant 59,

| | | |
|---|---|---|
| M. Charles Gravier | obtient . . . . . . | 37 suffrages |
| M. Maurice Caullery | » . . . . . . . | 10 » |
| M. Louis Lapicque | » . . . . . . . | 10 » |
| M. Édouard Retterer | » . . . . . . | 1 suffrage |

Il y a un bulletin blanc.

M. **Charles Gravier**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*Primera reunión nacional de la* Sociedad Argentina de Ciencias naturales. Tucuman, 1916.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Des équations aux dérivées partielles du second ordre intégrables par la méthode de Darboux.* Note de M. **Gosse**, présentée par M. Goursat.

Si l'on désigne par $m_1$ et $m_2$ les racines de l'équation caractéristique

$$m^2 - m\frac{\partial f}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0,$$

relative à l'équation aux dérivées partielles

$$E \equiv r + f(x, y, z, p, q, s, t) = 0,$$

on peut énoncer les résultats suivants :

I. Si l'équation E admet, pour le système 1 de caractéristiques, un invariant d'ordre supérieur à 3, sans en admettre d'ordre inférieur, ou bien elle admet une involution d'ordre 3, ou bien la racine $m_2$ vérifie la relation

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} - m_2\frac{\partial m_2}{\partial s} = 0.$$

II. Une équation E qui n'est en involution avec aucune autre d'ordre 3 et qui admet, pour chaque système de caractéristiques, un invariant d'ordre supérieur à 3, est une équation de Monge-Ampère.

En particulier, toute équation de la première classe qui n'admet aucune involution d'ordre inférieur ou égal à 3 se réduit à une équation de Monge-Ampère.

L'étude générale de la méthode de Darboux met donc d'elle-même en évidence l'importance de cette catégorie d'équations, et il est naturel de chercher à déterminer celles d'entre elles qui sont de la première classe.

J'ai résolu le problème dans les deux cas les plus simples :

1° Il y a une intégrale intermédiaire du premier ordre pour chaque système de caractéristiques.

Toutes les équations de la première classe de cette catégorie se déduisent par une transformation de contact des équations du type $s = f(x, y, z, p, q)$, classées et intégrées par M. Goursat [1].

2° Chaque système de caractéristiques admet deux invariants d'ordre au plus égal à 2.

---

[1] Voir Goursat, *Annales de la Faculté de Toulouse*, 2e série, t. 1, 1899, et ma *Thèse de Doctorat* (chez Privat, Toulouse, 1921).

Ce cas se ramène au précédent.

3° L'étude du problème général exige une longue discussion. Dans tous les cas que j'ai pu traiter complètement, et en me bornant aux équations non linéaires, j'ai été ramené aux seules équations que je viens de signaler [1].

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces applicables avec égalité des rayons de courbure principaux*. Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Ossian Bonnet [2], puis M. Hazzidakis [3] ont étudié les surfaces S, S′ applicables avec égalité des rayons principaux aux points homologues. Me bornant au cas où S admet une déformation continue de cette espèce à un paramètre, j'ajouterai quelques remarques. On sait que ce cas donne :

*a*. La surface minima ou à courbure moyenne constante la plus générale.

*b*. Une famille de surfaces à un paramètre comprises dans les surfaces représentant le $ds^2$

$$ds^2 = \left(\frac{U + V}{u + v}\right)^2 du\, dv, \tag{1}$$

où U est fonction arbitraire de $u$ et V de $v$.

*c*. Une certaine surface contenant trois paramètres de forme et un autre d'homothétie. Ces quatre paramètres fixés, on a une surface *unique*, *qui n'est ni de révolution*, *ni hélicoïdale*, répondant au problème grâce à ses $\infty^1$ auto-applications.

2. Une circonstance curieuse, non signalée jusqu'ici, est que *les types* (*b*), (*c*) *ne peuvent fournir aucune surface réelle ;* néanmoins, comme par un choix convenable des fonctions ou constantes arbitraires, on peut obtenir $\infty^1$ surfaces S lieu d'un point $M(x, y, iz)$, où $x, y, z$ sont réelles, et que le $ds^2$ définit alors une infinité d'autres surfaces $S_1$ applicables sur S (sans conservation des rayons principaux) réelles, telles que le poiut $M_1$ homologue de M soit réel, on obtient pour chaque couple S, $S_1$ un système cyclique réel, un système triple orthogonal réel, comme je l'ai expliqué en particulier au *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1921.

Pour le type (*a*) une partie de ces résultats subsiste; on peut trouver des

---

(1) *Loc. cit.*

(2) *Journal de l'École Polytechnique*, cahier 42, 1867.

(3) *Journal de Crelle*, t. 117, 1897.

surfaces minima ou à courbure moyenne constante réelles, mais on peut trouver des surfaces imaginaires donnant des systèmes cycliques ou systèmes orthogonaux réels.

M. Hazzidakis a pu donner en termes finis les équations paramétriques des surfaces du type $(b)$; en dégageant les formules des constantes de déplacement, on a

$$(2) \qquad x = \frac{\omega(1-\psi^2)+f}{2}, \qquad y = \omega\psi, \qquad z = \frac{i}{2}[\omega(1+\psi^2)-f],$$

$$(3) \qquad \begin{cases} f = \displaystyle\int \frac{V^2 dv}{(v+t)^2} + \int \frac{U^2 du}{(u-t)^2}, \\ \psi = i\displaystyle\int \frac{V dv}{(v+t)^2} - i\int \frac{U du}{(u-t)^2}, \end{cases} \qquad \omega = \frac{(v+t)(u-t)}{u+v},$$

$t$ est une constante représentant le paramètre de déformation.

Il suffit que U, V soient respectivement fonctions complexes conjuguées des variables complexes conjuguées $u$, $v$ et que $t$ soit imaginaire pure, pour obtenir les propriétés énoncées.

Un cas où le $ds^2$ (1) est de révolution s'obtient pour $U = iu^2$ et $V = -iv^2$, c'est le $ds^2$ caractéristique des développées de surfaces minima. Les formules donnent $\infty^1$ surfaces transcendantes, sauf celles obtenues pour $t = 0$ ou $t = \infty$, qui sont algébriques et réglées, d'équation respective

$$(4) \qquad \begin{cases} 3(x+iz)(x-iz)^3 + y^3 = 0, \\ 45(x+iz)(x-iz)^5 + 15y(x-iz)^2 + 1 = 0. \end{cases}$$

Associées à la développée de la surface minima d'Enneper, elles fournissent des systèmes cycliques algébriques; les systèmes orthogonaux correspondants sont algébriques pour la première et comprennent, pour la seconde, une famille algébrique, deux familles transcendantes.

3. Pour le type $(c)$, Ossian Bonnet trouve une surface S qui n'est *ni révolutive ni hélicoïdale*; le $ds^2$ de S est de révolution et les auto-applications de S conservent les rayons principaux. Or, ni Ossian Bonnet, ni M. Hazzidakis ne remarquent que leurs formules définissent en outre une certaine surface *hélicoïdale* Σ unique et bien déterminée quand S est obtenue; cette surface Σ est applicable sur S avec conservation des rayons principaux et doit être considérée comme une *auto-déformée à la limite de* S.

Je dois donner quelques explications sur un paradoxe qui peut se produire pour *toute* surface, ni révolutive ni hélicoïdale, dont le $ds^2$ est de révolution : il n'est pas nécessaire que cette surface S soit du type étudié

par Ossian Bonnet. Traçons sur S le réseau $\beta =$ const. des *méridiens*, $\alpha =$ const. des *parallèles*, c'est-à-dire des courbes devenant méridiens et parallèles quand S est déformée en surface de révolution. Je suppose que $\alpha$ est l'arc du méridien et $\beta$ celui du parallèle $\alpha = 0$. Sur S les bandes

$$\beta_0, \beta_0 + l; \quad \beta_0 + l, \beta_0 + 2l; \quad \ldots; \quad \beta_0 + \overline{n-1}\,l, \beta_0 + nl; \quad \ldots,$$

où $l$ est une longueur arbitraire (qui ne joue aucun rôle), sont toutes des déformées de l'une d'elles; la bande de rang $n$, pour $n = \infty$, peut ou devenir asymptote à une certaine surface hélicoïdale ou révolutive, ou rester à distance finie sans posséder de surface asymptotique, ou s'éloigner à l'infini, mais peu importe : on peut, par un déplacement, faire coïncider avec $Ox$, $Oy$ les tangentes au méridien et au parallèle issus du point $(0, \beta_0 + \overline{n-1}\,l)$. Cette bande de rang $n$ *déplacée* peut, dans certains cas, tendre pour $n = \infty$ vers une certaine position limite $\Sigma$ bien déterminée; cette surface $\Sigma$ a même $ds^2$ que S et doit être considérée comme une auto-déformée à la limite de S, et cela bien que S et $\Sigma$ *ne soient pas superposables par un déplacement fini*.

Pour la surface S du type ($c$) d'Ossian Bonnet, cette circonstance se présente et fournit une surface $\Sigma$ hélicoïdale oubliée. Dans le type ($b$), pour $U = iu^2$ et $V = -iv^2$, le $ds^2$ est encore de révolution, mais pour chaque surface S obtenue les auto-déformations changent les rayons de courbure principaux, de sorte que dans ce cas précis on n'obtient comme solution de notre problème ni surface de révolution, ni surface hélicoïdale.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la polarité de l'arc électrique.* Note de MM. **L. Dunoyer** et **P. Toulon**.

Il est aujourd'hui classique que l'émission d'électrons par la cathode est indispensable au fonctionnement de l'arc électrique et que, par conséquent, si l'une des électrodes est systématiquement refroidie, il est naturel qu'elle fonctionne comme anode. A ce point de vue, l'arc Garbarini, qui fonctionne habituellement entre le charbon *positif* porté à très haute température et une couronne métallique *négative* énergiquement refroidie par un courant d'eau, peut paraître paradoxal. Paradoxal également le fait que dans un redresseur à vapeur de mercure il est possible, sans nuire à la qualité du redressement, de faire rougir les anodes alors que le mercure cathodique reste à une température bien inférieure à 360°.

Les expériences dont il va être rendu compte confirment, d'une part, la doctrine classique du fonctionnement de l'arc et montrent comment le paradoxe peut être expliqué; elles ont, en même temps, donné lieu à la réalisation d'un dispositif extrêmement simple qui permet d'obtenir un courant pulsatoire à sens unique, équivalent dans beaucoup de cas à du courant continu, au moyen de courant alternatif.

M. Blondel a montré jadis (¹) que l'arc jaillissant entre une électrode de charbon et une électrode métallique sous une forme électromotrice alternative peut présenter deux régimes : L'arc « court » passe dans les deux sens, tandis que l'arc « long » est polarisé et ne laisse passer le courant que dans le sens métal-charbon.

On pourrait se demander si cette polarisation est due au fait que l'une des électrodes est métallique. Il est facile de montrer qu'en réalité le phénomène est dû exclusivement à ce que l'électrode métallique est toujours, grâce à sa conductibilité, à une température plus basse que l'électrode de charbon. Si, en effet, on remplace l'électrode métallique par un tube de graphite énergiquement refroidi par un courant d'eau, on constate, comme avec le métal, que l'arc passe uniquement de l'électrode froide à l'électrode chaude; la nature de l'électrode ne joue donc pratiquement aucun rôle dans le phénomène.

Les arcs « longs » polarisés de M. Blondel sont d'ailleurs assez instables, avec une tendance marquée soit à s'éteindre, soit à se transformer en arcs « courts ». Nous avons obtenu des arcs polarisés d'une parfaite stabilité en associant à l'électrode froide deux électrodes entre lesquelles jaillit un arc d'entretien. L'électrode froide est constituée par un tube conducteur, d'une substance d'ailleurs quelconque, refroidi par un courant d'eau. L'arc d'entretien jaillit entre des électrodes de charbon; cet arc d'entretien peut être alimenté en courant continu, mais également en courant alternatif, ce qui est évidemment beaucoup plus intéressant. Le schéma des montagnes sera indiqué ailleurs.

L'étude oscillographique du courant polarisé, ainsi que la comparaison des indications d'appareils à courant continu et d'appareils à courant alternatif placés sur le circuit de ce courant, nous ont montré que, dans les conditions de nos expériences, la polarisation du courant est pratiquement parfaite pour des tensions alternatives inférieures à 500 volts; mais pour des tensions plus élevées, par exemple 900 volts, la polarisation se montre

(¹) A. Blondel, *Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 727-731.

moins bonne. Quant à l'intensité moyenne qu'il est possible d'obtenir pour le courant redressé, il semble que rien, *a priori*, ne doive la limiter. En fait, avec une tension alternative de 220 volts qui, théoriquement, ne peut donner pour le courant polarisé qu'une tension moyenne de 90 volts au maximum, nous avons obtenu 90 ampères sous 86 volts aux bornes de l'arc polarisé. Les charbons de l'arc d'entretien avaient $12^{mm}$ et $16^{mm}$ de diamètre, et l'électrode froide était un tube de cuivre rouge de $15^{mm}$ de diamètre, refroidi par circulation d'eau.

Ces expériences confirment donc que, s'il n'y a pas contact entre les électrodes, il n'y a jamais allumage de l'arc (au-dessous d'une tension limite), même au sein d'un gaz très conducteur, si l'électrode froide est cathode; il y a, au contraire, allumage certain si elle est anode. Il faut donc, pour l'allumage de l'arc, que l'une des électrodes émette des électrons. En effet, quand l'électrode froide est cathode, elle n'en émet pas parce qu'elle est froide, et l'électrode chaude n'en émet pas parce qu'elle est positive; si, au contraire, l'électrode chaude est négative, elle émet des électrons et l'arc s'allume.

Mais s'il y a contact entre les électrodes, l'arc s'allumera toujours en courant continu, même si la cathode est refroidie dans son ensemble. En effet, le contact qui, dans la réalité, ne donnera lieu au passage du courant qu'en quelques points isolés, y produira une élévation locale de température, suffisante pour que l'émission électronique se produise en ces points. L'étendue des régions de très haute température pourra être, du reste, beaucoup trop petite pour donner lieu à aucune incandescence visible. C'est donc la température de cette région d'émission électronique qu'il faut prendre en considération, et non pas la température d'ensemble de la cathode.

Par exemple, dans l'arc Garbarini, la température des régions cathodiques, qui jouent véritablement un rôle dans le fonctionnement de l'arc, n'est donc nullement la température du métal refroidi, mais une température certainement supérieure à celle du cratère positif de l'arc.

De même, le fait que l'on peut faire fonctionner un redresseur à vapeur de mercure avec des anodes fortement rougies, montre que la petite tache lumineuse qui se déplace sur la cathode est à une température certainement supérieure à 1000°.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouvel électromètre à index rigide destiné à la mesure des radiations.* Note de M. B. Szilard, transmise par M. J. Violle.

Les électromètres transportables que j'ai étudiés il y a quelques années [1] sont des appareils dont l'aiguille est à pivots et à spiral. Depuis j'ai reconnu qu'un autre système de suspension différent du premier permet également l'emploi d'une aiguille indicatrice longue et rigide. Avec ce nouveau montage l'instrument reste également transportable et sa sensibilité se trouve considérablement augmentée par rapport à l'électromètre à spiral.

*Principe.* — L'aiguille servant à la fois d'équipage mobile et d'index rigide est électriquement reliée à la cage; elle est attirée par un « cadran » de forme spéciale, isolé et chargé d'électricité au moyen d'une minuscule machine à frottement. L'aiguille est suspendue par un ruban fin, *tendu*, dont la torsion sert de couple antagoniste.

*Description.* — Un ruban très fin en bronze R, long de $25^{cm}$, est tendu verticalement entre deux ressorts à boudin B. A égale distance de ces extrémités, le ruban supporte l'aiguille A à laquelle il est solidaire. Grâce à cette suspension élastique l'appareil est transportable et ne nécessite pas d'être placé dans une position parfaitement horizontale.

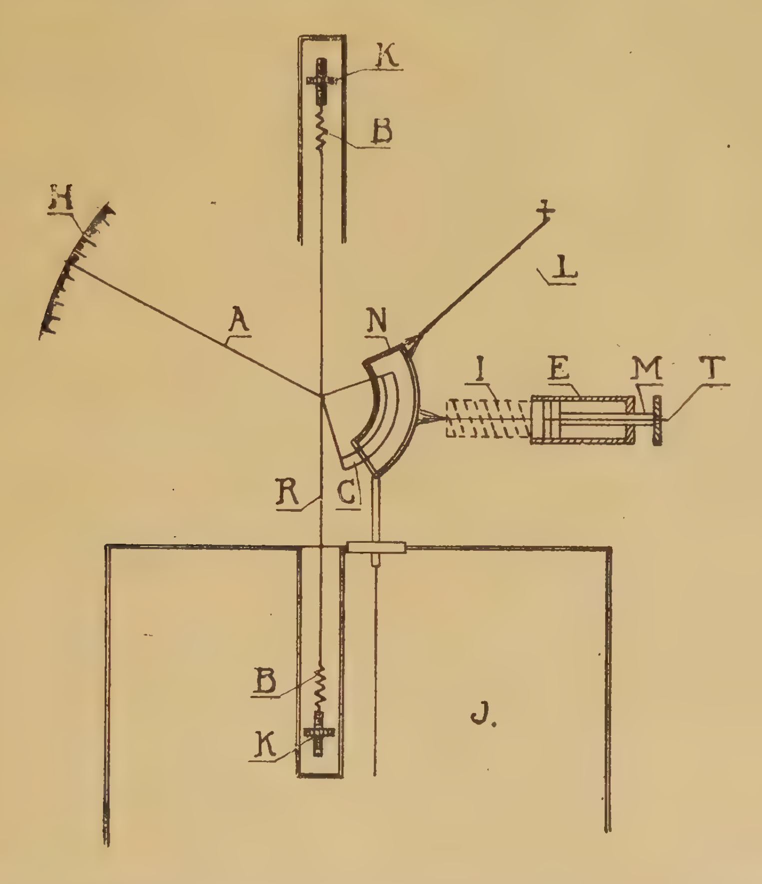
Afin d'avoir un équipage mobile aussi léger que possible, l'aiguille est découpée de sorte qu'en une pièce elle serve à la fois d'organe d'attraction et d'indicateur. Dans cet effet, l'une de ses extrémités C est circulaire formant un secteur de cercle évidé, l'autre est droite et pointue.

Le cadran N, de forme et de surface aussi réduites que possible (afin de lui donner une capacité électrique minima), se trouve dans le prolongement du secteur C de l'aiguille, concentriquement à celui-ci. Ce cadran est composé de deux paires de secteurs d'anneaux, rivés concentriquement ensemble. Grâce à cette forme, l'aiguille est attirée toujours dans le sens de la circonférence. Supporté par une petite colonne, le cadran, seul organe porteur de charge, se prolonge, à travers un bouchon d'ambre, dans la chambre d'ionisation J, disposée au-dessous. Entre ses paires de segments, à égale distance des deux, se trouve l'aiguille engagée sous un angle de 15° environ, lorsqu'elle est au repos; des vis de réglage, servant de points

---

(1) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 779, et t. 157, 1913, p. 768.

d'attache aux ressorts B sont disposées en K et permettent de régler les positions verticale et horizontale de l'aiguille.




*Chargeur automatique.* — En face du cadran, mais suffisamment éloigné de celui-ci, se trouve un dispositif permettant de le charger à un potentiel voulu. Ce chargeur consiste en un tube d'ébonite E dans lequel coulisse une petite brosse circulaire I en crin. Le frottement des crins contre l'ébonite (sur un parcours de $1^{cm}$ à $2^{cm}$) produit de l'électricité en quantité suffisante pour fournir la charge nécessaire au cadran.

*Remise à zéro.* — Il convient souvent de ramener l'aiguille *exactement* sur une même division servant de zéro. Pour faciliter cette opération, un levier L peut faire contact avec le secteur. Ce levier étant construit en matière peu conductrice, il y introduit une légère fuite : une fois l'aiguille arrivée à la division voulue, on rompt son contact.

*Lecture.* — Elle se fait aisément au moyen *de l'aiguille et son échelle fixe ;*

la grande sensibilité de l'appareil *dispense* de l'emploi du microscope. D'autre part, les déplacements de l'index étant amortis et d'une *régularité parfaite*, on *peut* utiliser pour la lecture un microscope à court foyer ; le microscope pouvant approcher l'aiguille à quelques millimètres près pourra être fortement grossissant et fournira une image d'une netteté tranchante et irréprochable (*non pas comme l'image confuse d'une feuille d'or*).

Le microscope est *monté sur l'axe même de l'aiguille*, permettant de suivre celle-ci tout le long de l'échelle et de choisir la région la plus convenable au point de vue du régime de voltage ou de sensibilité. Une division du micromètre correspond à $0^{mm},1$ de déplacement réel de l'aiguille. Les divisions du micromètre sont pratiquement proportionnelles entre elles dans presque toute la longueur de l'échelle.

*Sensibilité.* — En disposant dans la chambre d'ionisation $0^{g},01$ *d'oxyde noir d'uranium* fraîchement préparé (exempt d'uranium X), *on obtient un déplacement visible à l'œil nu sur l'échelle*. Dans le micromètre ce mouvement correspond à 1 division par seconde. Or ce courant, d'après Mc Coy [1], est égale à $1,7.10^{-3}$ U. E. S., soit à $5,7.10^{-13}$ ampère. Des petites fractions de ce courant sont encore bien mesurables. Le régime de voltage est entre 350 et 450 volts.

*Emploi.* — L'appareil est parfaitement transportable ; on peut le déplacer et même le retourner sans crainte. Aucun réglage préalable n'est nécessaire pour sa mise en marche ; *la charge se fait automatiquement* et une remise à zéro permet des lectures dans des conditions identiques entre elles. L'instrument dispense de l'utilisation du microscope, *son système de lecture étant semblable à celui d'un ampèremètre ordinaire*, mais l'emploi d'une lecture micrométrique est d'autant plus justifié que l'image de l'aiguille est d'une netteté parfaite. Cet appareil rendu supérieur aux électroscopes à feuille par sa robustesse, sa commodité d'emploi, sa constance et sa *sensibilité* est appelé à les remplacer en tous leurs usages.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une propriété curieuse d'un montage spécial des machines électriques excitées en série*. Note de M. F. **Guéry**, présentée par M. Paul Janet.

Considérons $n$ machines électriques identiques, à courant continu, excitées en série, montées en zigzag, et entraînées mécaniquement à la même

(1) Mc Coy, *Phil. Mag.*, t. **11**, 1906, p. 177.

vitesse. Par *montage en zigzag* nous entendons que l'induit d'une des machines est monté en série avec l'inducteur de la voisine et que tous ces ensembles d'un inducteur et d'un induit sont mis en parallèle les uns avec les autres. Les induits de ces machines, numérotés 1, 2, ..., $n$, sont parcourus par des courants $I_1, I_2, \ldots, I_n$.

D'une manière générale, abstraction faite de la saturation magnétique, la différence de potentiel aux bornes d'une machine excitée en série a pour expression

$$u = a + kI + \mathcal{L}\frac{dI}{dt},$$

$a$, constante tenant compte du magnétisme rémanent;
$k$, constante positive ou négative suivant le sens de l'enroulement inducteur;
$\mathcal{L}$, inductance de l'inducteur.

Négligeant la résistance des circuits, l'inductance des induits et l'induction mutuelle des inducteurs et des induits, nous pouvons écrire

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} u = a_1 + kI_2 + \mathcal{L}\dfrac{dI_1}{dt} = \ldots = a_n + kI_1 + \mathcal{L}\dfrac{dI_n}{dt}, \\ I_1 + I_2 + \ldots + I_n = 0. \end{array}\right.$$

En posant

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{\mathcal{L}}{k} = m, \\ i_1 = \dfrac{a_n - a_1}{k} + I_1 - I_2, \qquad \ldots, \qquad i_n = \dfrac{a_{n-1} - a_n}{k} + I_n - I_1, \end{array}\right.$$

et retranchant deux à deux les relations (1), on a

$$(3)\quad \frac{i_2}{m} + \frac{di_1}{dt} = 0, \qquad \ldots, \qquad \frac{i_1}{m} + \frac{di_n}{dt} = 0.$$

On a, de plus, identiquement

$$\Sigma i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n = 0.$$

Enfin les I sont donnés en fonction des $i$ par les relations

$$(4)\quad \left\{\begin{array}{l} I_1 = \dfrac{i_2 + 2i_3 + \ldots + (n-1)i_n}{n}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ I_n = \dfrac{i_1 + 2i_2 + \ldots + (n-1)i_{n-1}}{n}. \end{array}\right.$$

La solution générale des relations (3) est de la forme

$$i_1 = C_1 e^{\rho_1 t} + \ldots + C_n e^{\rho_n t}.$$

Par substitution dans les relations (3), on obtient les valeurs de $i_2, \ldots, i_n$ et la relation de condition

$$(-1)^{n-1}(m\rho)^n + 1 = 0$$

dont les racines fournissent les valeurs des $n$ coefficients exponentiels.

Une racine de cette équation en $m\rho$ est de la forme

$$\cos\frac{\lambda\pi}{n} + \sqrt{-1}\sin\frac{\lambda\pi}{n};$$

les valeurs de $\lambda$ correspondant aux différentes racines sont les nombres pairs de 0 à $2n-2$, si $n$ est pair, et les nombres impairs de 1 à $2n-1$, si $n$ est impair. Dans le premier cas, les racines réelles correspondent à $\lambda = 0$ et $\lambda = n$; dans le deuxième cas, la racine réelle est donnée par $\lambda = n$.

En tenant compte de la relation $\Sigma i = 0$, on voit facilement que *pour n pair*, $\Sigma i$ se réduit à la somme des termes correspondant à la racine en $e^{-\frac{t}{m}}$.

Le coefficient de ces termes doit donc être nul.

Mais le coefficient de l'autre terme réel, en $e^{-\frac{t}{m}}$, n'est pas nécessairement nul. Pour que le régime puisse être stable, il est donc nécessaire que $k$ soit négatif, c'est-à-dire que les connexions soient celles qui correspondraient à la marche des machines en génératrices sur un circuit extérieur. Mais cette condition ne sera pas suffisante en général, car les termes imaginaires donnant lieu à un régime pulsatoire n'auront pas nécessairement un coefficient nul, et ceux de ces termes qui correspondent à un exposant ayant une partie réelle positive croîtront indéfiniment avec $t$.

Le montage avec un nombre pair de machines n'est donc pas toujours nécessairement stable, même si les connexions sont convenablement établies. Il l'est toujours avec deux machines, puisqu'il n'y a pas dans ce cas de racines imaginaires.

Le cas de quatre machines est tout à fait particulier; les deux racines imaginaires sont du type imaginaire pur et correspondent par conséquent à un régime oscillatoire non amorti.

La période T a pour valeur $2\pi\frac{\mathcal{L}}{k}$. En désignant par N le nombre de tours par seconde de l'induit, $n_1$ le nombre de conducteurs périphériques de l'induit, $n_2$ le nombre de spires total de l'inducteur, l'expression de la période peut se mettre sous la forme

$$T = \frac{2\pi n_2}{N n_1}.$$

Cette expression appliquée à des moteurs de traction de types connus fournit des valeurs variant d'une demi-seconde à quelques secondes.

On voit aisément que la puissance demandée à chacun des moteurs est alternative, avec une fréquence double de celle du courant.

Certains phénomènes observés pratiquement sur des moteurs montés en zigzag, fermés sur un circuit extérieur assez résistant relativement à celui des moteurs, et jouant par suite un rôle négligeable dans la distribution des courants, paraissent correspondre à ce fonctionnement spécial et très curieux.

Pour $n$ impair, on voit facilement que les coefficients des différents termes de $i$ peuvent n'être pas nuls, tout en donnant une somme nulle dans $\Sigma i$. La stabilité n'est jamais assurée dans ce cas. Par suite, on peut dire que, pratiquement, le montage en zigzag est applicable seulement à deux machines.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la transmission de l'écriture et des dessins par T. S. F.* Note [1] de M. **Edouard Belin**, présentée par M. Maurice Leblanc.

Dans deux précédentes Notes, nous avons exposé notre système de transmission téléphotographique de l'écriture et des images entre deux postes reliés par un fil au moyen de courant continu ou alternatif. Depuis, nous sommes parvenus à transmettre sans fil l'écriture et le dessin après avoir résolu deux séries de problèmes relatifs, les uns à l'émission et la réception des signaux, les autres à la synchronisation des appareils des deux postes.

Nous avons utilisé les ondes entretenues pour la transmission, sans rien changer aux dispositions ordinaires : les manipulateurs des stations étaient simplement manœuvrés par des relais actionnés, eux-mêmes, par le traducteur de nos transmetteurs habituels.

A la réception, nous avons substitué au téléphone notre galvanomètre enregistreur (oscillographe ou galvanomètre à corde) en amplifiant d'abord, dans le cas des transmissions à très grande distance, les courants à basse fréquence.

Pour la synchronisation, les appareils transmetteurs et récepteurs ont eu leur vitesse réglée par des horloges, dont les différences de marche étaient pratiquement négligeables pendant la durée d'une transmission et, pour rendre leurs mouvements de même phase, nous leur avons fait émettre des

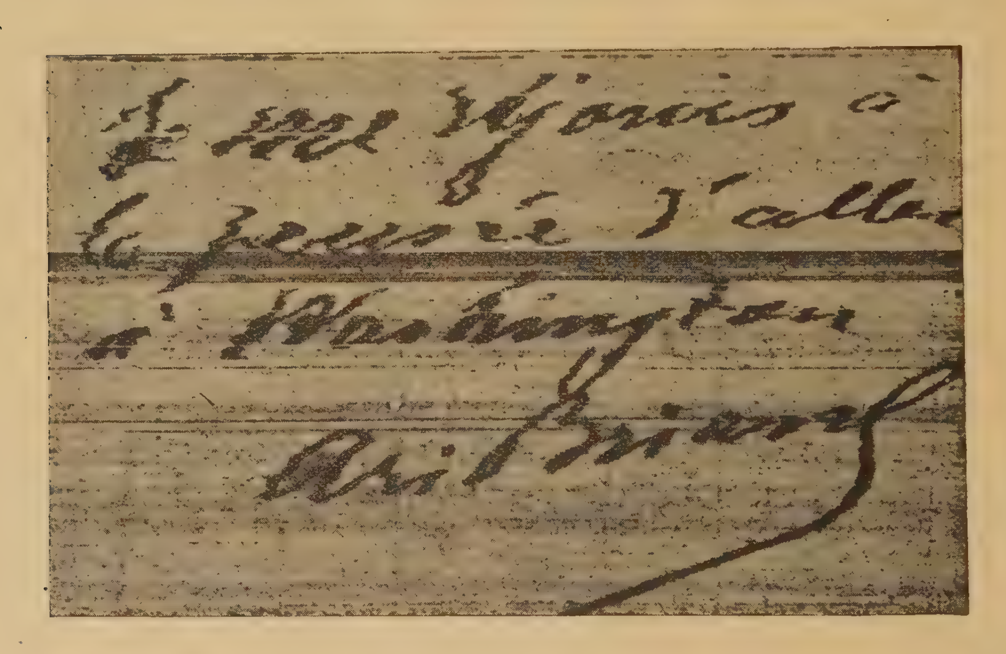
---

[1] Séance du 13 juin 1922.

signaux périodiques spéciaux, au moment de leur mise en route; leur périodicité permettait de les distinguer nettement dans un téléphone et, à l'aide d'un dispositif mécanique, on pouvait donner, à volonté, un mouvement d'avance ou de retard à l'un des deux de manière à faire coïncider les signaux émis par eux.

Une première expérience a été tentée en juin 1921 à la station Lafayette de la Croix d'Hins.

Un de nos transmetteurs portatifs installé au Central Radio de la rue




Froidevaux commandait, *par fil*, la station Lafayette et celle-ci émettait des ondes enregistrées à notre laboratoire de Malmaison.

Les résultats furent de suite concluants.

La seconde série d'expériences eut lieu en juillet et août 1921, entre l'Amérique et la France. La transmission était faite de la station de la Marine américaine d'Annapolis à la station de Malmaison, où la réception se faisait sur antenne connectée à un amplificateur à lampes.

C'est ainsi qu'a été reçu, de manière tout à fait satisfaisante, un premier message téléphotographique dans la nuit du 4 au 5 août. Ce radio-téléphotogramme était le premier de ce genre qui ait jamais été lancé par-dessus l'Atlantique.

La troisième série d'expériences a été effectuée en octobre 1921. Le poste

de réception de la Marine américaine a reçu des messages autographiques envoyés de France, tel celui que nous reproduisons ci-contre.

Comme pour les premiers essais, l'appareil transmetteur était à Paris et commandait, par fil, la station radio de Croix d'Hins.

Pour la transmission Morse, dès que les parasites sont un peu nombreux et intenses, ils coupent les longues en les transformant en plusieurs brèves, ou de plusieurs brèves font une longue, ou de plusieurs longues un trait continu sans aucune signification.

Envisageons maintenant l'inscription autographique.

Ici, les signaux ne se succèdent plus dans un ordre dont la parfaite régularité peut seule assurer la lisibilité et l'exactitude du texte. Les émissions se succèdent dans un ordre tout à fait irrégulier, selon la fantaisie de l'auteur du texte original. Mais, si les appareils sont bien synchronisés, chaque point vient, à l'enregistrement, s'inscrire à la place qui lui est assignée, l'ensemble de tous les points juxtaposés formant le tracé d'une lettre ou d'un caractère.

Qu'un parasite intense survienne au moment précis ou doit s'enregistrer un point, c'est-à-dire en concordance parfaite avec l'émission d'un signal.

S'il est de même intensité que le signal lui-même, il reste sans effet.

Si son action a pour effet d'augmenter ou de réduire la course du galvanomètre, le point considéré ne s'enregistre pas et le tracé du caractère se trouve coupé par une petite hachure blanche. Or, quand même ces hachures seraient assez nombreuses sur une série de caractères, ces derniers, pour être striés, resteraient parfaitement lisibles.

Quant aux parasites qui surviennent entre les signaux, ils n'ont pour effet que de parsemer le fond du télégramme de petits points noirs, qui, parfois innombrables, donnent seulement aux documents l'aspect d'un texte noir tracé sur un fond grisé.

RADIOACTIVITÉ. — *Précipitation par la soude du nitrate d'uranyle. Radioactivité du précipité.* Note [1] de MM. **Pierre Jolibois** et **Robert Bossuet**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons entrepris, au moyen de l'appareil mélangeur décrit précédemment par l'un de nous [2], l'étude de la précipitation du nitrate d'ura-

---

[1] Séance du 13 juin 1922.

[2] *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1095 et 1161.

nyle en solution étendue par la soude. Le principe de la méthode employée consiste à mélanger aussi rapidement que possible une solution contenant $\frac{1}{40}$ de molécule d'uranium par litre à l'état de nitrate avec une solution de soude d'un titre connu et variable à chaque expérience.

Suivant les proportions de soude introduite il se forme un précipité total, un précipité partiel ou simplement il se produit un changement de coloration. Quand cela était possible nous avons recueilli le précipité que nous avons séparé du liquide surnageant et nous y avons dosé l'uranium et la soude après l'avoir lavé et desséché à 140°. D'autre part, nous avons dosé dans le liquide soit l'uranium, soit la soude.

Pour certaines teneurs nous avons remarqué le phénomène suivant : le précipité se dépose en deux temps; tout d'abord une certaine portion de l'uranium précipite sous forme d'un produit jaunâtre gélatineux difficile à filtrer. Le liquide restant diffuse la lumière et possède les caractères d'une solution colloïdale. Soumis à l'ébullition, un nouveau précipité se dépose. Nous désignerons ultérieurement par $P_1$ le précipité se formant spontanément et par $P_2$ le précipité obtenu à la suite de l'ébullition.

Le Tableau ci-dessous rend compte des résultats obtenus dans nos expériences.

| | Solution en molécules par litre | | Précipité $P_1$ de premier dépôt. | | Précipité $P_2$ obtenu par ébullition après dépôt de $P_1$. | | Analyse du liquide surnageant. — Molécules par litre | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | de $N^2O^5, UO^3$. | de NaOH | $UO^3$ %. | $Na^2O$ %. | $UO^3$ %. | $Na^2O$ %. | de U. | de NaOH. |
| 1.. | 0,0275 | 0,2 | 87,42 | 7,8 | pas de précipité | | 0 | 0,663 |
| 2.. | 0,0275 | 0,105 | 88,0 | 8,03 | id. | | 0 | 0,019 |
| 3.. | 0,0275 | 0,075 | 88,4 | 7 | id. | | 0 | 0,001 |
| 4.. | 0,0275 | 0,07 | 89,15 | 5,90 | 90,0 | 6,6 | 0 | traces |
| 5.. | 0,0275 | 0,06 | traces | | 92,7 | 3,1 | 0 | traces |
| 6.. | 0,0275 | 0,055 | 92,8 | 1,6 | 93,5 | 1,2 | 0,00089 | 0 |
| 7.. | 0,0275 | 0,05 | 93,02 | 1,3 | 91,7 | 1,5 | 0,0033 | 0 |
| 8.. | 0,0275 | 0,045 | 92,9 | 1,5 | 93,1 | 1,2 | ″ | 0 |
| 9.. | 0,0275 | 0,04 | pas de précipité | | 92,7 | 1,3 | 0,0072 | 0 |
| 10.. | 0,0275 | 0,035 | id. | | traces de précipité | | 0,0106 | 0 |
| | ″ | 0,03 | id. | | pas de précipité | | 0,0130 | 0 |

Les analyses des précipités montrent que, bien que desséchés à 140°, ils contiennent une proportion importante d'eau; nous avons vérifié ce fait par des expériences qualitatives. De plus, nous avons constaté l'absence, dans le précipité, de quantités pondérables d'azotates (résultats négatifs de la méthode Schlœsing).

Les conclusions que l'on peut tirer de ces analyses sont les suivantes :

1° La précipitation du nitrate d'uranyle $N^2O^5, UO^3$ en solution étendue ne commence que lorsque l'introduction d'une quantité équimoléculaire de soude est complète. Le liquide contient alors les sels $NO^3Na$ et soit un sel basique $NO^3UO^2$, soit une solution de $UO^3$ dans $N^2O^5.UO^3$. Bien que l'expérience montre qu'il convient, pour obtenir la précipitation commençante, d'ajouter environ une molécule exacte de soude, fait qui milite en faveur de l'existence d'un sel basique, nous croyons qu'il vaut mieux adopter la seconde hypothèse; en effet, les solutions de nitrate d'uranyle saturées de $UO^3$ à chaud laissent déposer $UO^3$ par refroidissement.

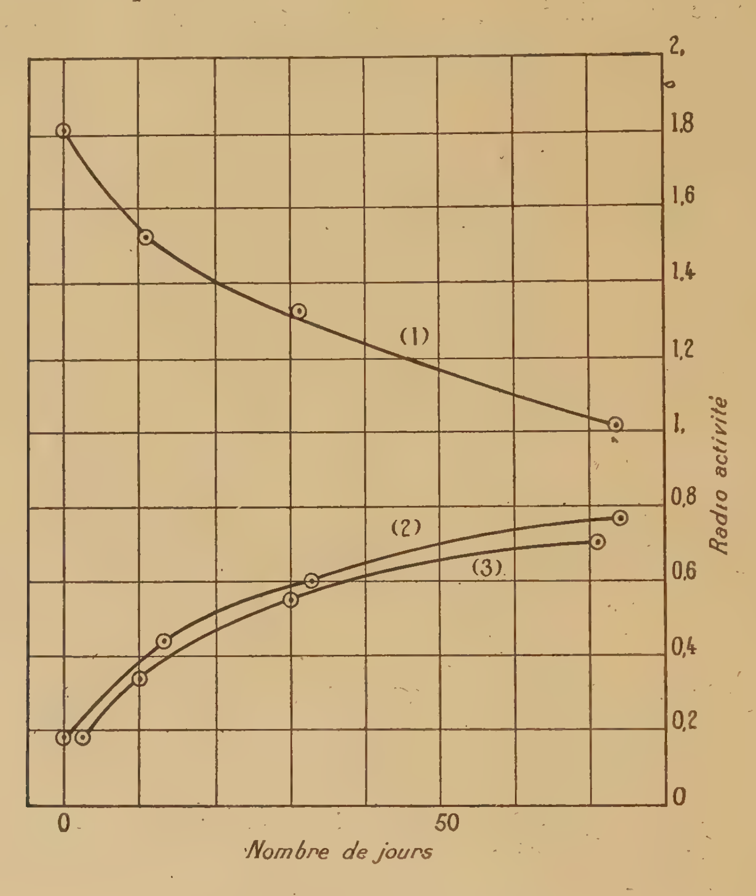
2° Le précipité qui se produit soit par précipitation spontanée, soit par coagulation de sa solution colloïdale est formé, tant qu'il n'y a pas excès de soude, par de l'hydrate de $UO^3$ impur contenant plus de 1,5 pour 100 de soude. Ceci explique pourquoi on ne peut songer à employer cette méthode pour préparer $UO^3$. Il est à remarquer que, contrairement à ce que l'on pouvait penser, il ne se forme aucun nitrate basique insoluble.

3° Dès que la quantité de soude introduite dépasse deux molécules, la précipitation est totale et le précipité fixe une quantité beaucoup plus importante de soude qui atteint très vite la limite d'environ 7,8 pour 100 de $Na^2O$. Cette teneur ne correspond à aucune formule simple. La formule du corps de la composition simple la plus voisine serait $2UO^3H^2O Na^2O$ qui correspond à 9,5 pour 100 $Na^2O$. Etant donnée la facilité avec laquelle $UO^3$ entre en solution colloïdale, il y a plutôt lieu de penser que nous sommes en présence d'une adsorption de soude par $UO^3$. Cette adsorption serait irréversible dans les conditions de l'expérience puisqu'une teneur notable de soude persiste dans le précipité même en présence de nitrate d'uranyle libre.

*Radioactivité du précipité.* — Nous avons au moyen de l'appareil Curie et Laborde comparé la radioactivité des précipités à celle d'un étalon de $U^3O^8$ pur préparé depuis plus d'une année et conservé à l'abri de l'humidité. Nous n'avons constaté aucune anomalie dans la radioactivité des corps provenant de nos expériences. L'intensité du rayonnement est en rapport avec la quantité d'uranium révelée par l'analyse. Il nous a paru intéressant de distinguer l'uranium X en étudiant plus spécialement le rayonnement $\beta$ grâce à la filtration des particules $\alpha$ au moyen d'un écran en aluminium de $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur.

Dans tous les cas nous avons constaté que le premier précipité qui se forme entraîne une partie très importante de l'uranium X.

La courbe ci-dessous donne la variation de la radioactivité avec le temps des produits de l'expérience 7.




Rayonnement β des précipités (expérience 7).

Le poids de l'étalon employé était de $3^g,5$ $U^3O^8$.

Le poids des précipités soumis à l'expérience était de $2^g$.

La courbe (1) correspond au précipité $P_1$, (2) au précipité $P_2$, (3) au produit de l'évaporation de l'eau mère après calcination à 800°.

Les courbes obtenues avec les autres précipités sont analogues.

On peut en tirer la conclusion suivante : l'oxyde d'uranium X est moins basique que l'oxyde d'uranium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'adsorption du fer par les précipités de bioxyde de manganèse.* Note (¹) de M. **Max Geloso**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Le précipité obtenu en liqueur acide, par l'action du persulfate d'ammoniaque sur un sel de manganèse, se présente sous la forme $MnO^{2-\varepsilon}$, ε variant suivant la teneur en fer de la solution (²). Le précipité gélatineux renferme du fer.

Pour doser le fer ainsi entraîné, on l'a séparé du manganèse par précipitation au moyen du Cupferron (³).

Tableau I.

*Concentrations en mol.-mgr par litre.* { Mn........ $10{,}695.10^{-3}$ ; $SO^4H^2$..... $150{,}5.10^{-3}$ } mol.-mgr par litre.

| Fe ajouté à la solution. | Fe restant en solution (par différence). | Fe adsorbé. | Précipité manganique. $Mn^{II}$. | Précipité manganique. $Mn^{IV}$ (par différence). |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0,132 | 10,563 |
| 0,498 | 0,033 | 0,465 | 0,090 | 10,605 |
| 0,997 | 0,129 | 0,868 | 0,072 | 10,623 |
| 1,99 | 0,77 | 1,22 | 0,050 | 10,645 |
| 2,74 | 1,39 | 1,35 | 0,040 | 10,650 |
| 3,48 | 1,99 | 1,49 | 0,035 | 10,655 |
| 4,98 | 3,19 | 1,79 | 0,0275 | 10,663 |
| 7,47 | 5,35 | 2,12 | 0,020 | 10,675 |
| 12,44 | 9,74 | 2,70 | 0,012 | 10,683 |
| 24,90 | 21,27 | 3,63 | 0,005 | 10,690 |
| 45,73 | 41,07 | 4,66 | 0,002 | 10,693 |
| 91,70 | 86,01 | 5,69 | » | » |
| 123,43 | 117,40 | 6,03 | » | » |
| 152,76 | 146,43 | 6,33 | » | » |
| 231,42 | 224,46 | 6,96 | » | » |
| 362,12 | 354,75 | 7,37 | » | » |
| 515,85 | 508,33 | 7,52 | » | » |

(¹) Séance du 13 juin 1922.

(²) Nicolardot, Geloso et Réglade, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 808. Voir aussi *Ann. de Chimie anal.*, 15 mars et 15 avril 1922.

(³) O. Baudisch, *Chem. Zeitg*, t. 33, 1909, et t. 35, 1911.

Les deux premières colonnes du Tableau indiquent les concentrations en $Mn^{II}$ divalent et $Mn^{IV}$ tétravalent.

On voit que $Mn^{II}$ est déplacé par le fer adsorbé, mais les premières portions de fer adsorbé déplacent des quantités de $Mn^{II}$ relativement beaucoup plus fortes que les dernières.

TABLEAU II.

*Influence de l'acidité.* { Mn..... 10,695 ; Fe...... 5,284 } mol.-mgr par litre.

| $SO^4H^2$. | Fe restant au sol (par différence). | Fe adsorbé. | Précipité manganique. $Mn^{II}$. | Précipité manganique. $Mn^{IV}$. |
|---|---|---|---|---|
| 0 | Précipitation de sulfate basique à l'ébullition | | | |
| 30,1 | 1,454 | 3,83 | 0,0274 | 10,662 |
| 150,5 | 3,444 | 1,84 | | |
| 376,2 | 4,414 | 1,17 | | |
| 752,5 | 4,544 | 0,74 | | |
| ..... ↓ | Précipitation incomplète de manganèse | | | |

La quantité de fer adsorbé varie en raison inverse de l'acidité, mais cette variation ne peut être exprimée sous forme linéaire, elle peut l'être par une fonction exponentielle.

TABLEAU III.

*Variation de la concentration de l'adsorbant.* { $SO^4H^2$... 150,5 ; Fe...... 5,284 } mol.-mgr par litre

| Mn. | Fe restant en solution (par différence). | Fe adsorbé. |
|---|---|---|
| 2,14 | 4,801 | 0,483 |
| 10,69 | 3,444 | 1,84 |
| 21,39 | 2,334 | 2,95 |
| 32,08 | 1,684 | 3,60 |
| 62,78 | 1,284 | 4,00 |

La quantité de fer adsorbé croît avec l'adsorbant mais n'est pas une fonction linéaire de celui-ci.

*Influence du sulfate d'ammoniaque.* — Le sel de fer étant introduit sous forme d'alun ammoniacal, j'ai étudié l'influence du sulfate d'ammoniaque. Elle est négligeable.

| | Solution additionnée de $SO^4Am^2$ (25g par litre). | Solution sans addition de sel. |
|---|---|---|
| Fer adsorbé.................. | 0g,0426 | 0g,0408 |
| | 0g,0430 | 0g,0412 |

*Considérations générales sur le phénomène.* — Il existe donc un parallélisme étroit entre l'hydrolyse du sel ferrique et son adsorption.

L'hydrolyse du sulfate ferrique augmente avec la dilution. De même, avec la diminution de l'acide libre en excès. Les substances (sulfate d'ammoniaque) qui n'ont pas ou peu d'influence sur l'hydrolyse sont presque sans action sur l'adsorption.

*Constitution moléculaire du sel adsorbé.* — Le fer adsorbé se trouve en majeure partie à l'état d'hydrate et non de sulfate, la quantité de soufre décelée à l'analyse, variant avec le nombre de lavages, tandis que la proportion de fer ne change pas. Voici quelques chiffres obtenus sur des précipités peu lavés :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fe adsorbé | 0g,0459 | 0g,0826 | 0g,108 | 0g,129 |
| S. dosé dans le précipité | 0,0039 | 0,0094 | 0,0121 | 0,0164 |
| | 0,0025 | 0,0126 | 0,0158 | 0,0161 |

A chaque nouveau lavage, les précipités perdent de l'acide sulfurique, mais cet acide peut provenir de l'hydrolyse du sulfate ferrique. En opérant de même sur le précipité manganique, en l'absence de fer, j'ai trouvé :

| | | |
|---|---|---|
| 0g,233 Mn se décomposant en : | $Mn^{II}$ | 0g,0029 |
| | $Mn^{IV}$ | 0g,2301 |
| S. dosé. | Après lavages énergiques | 0g,0007 |
| | Après petit nombre de lavages | 0g,0013 |

CHIMIE ORGANIQUE. — *L'action des alcools sur l'α-bromobenzalacétophénone.* Note de MM. **Ch. Dufraisse** et **P. Gérald**, présentée par M. Ch. Moureu.

Nous avons établi ([1]) que l'α-bromobenzalacétophénone peut fixer une molécule d'alcool éthylique pour donner un dérivé saturé :

$$C^6H^5-CO-CBr=CH-C^6H^5 \xrightarrow{+C^2H^5OH} C^6H^5-CO-CHBr-CH(OC^2H^5)-C^6H^5.$$

Ce dérivé perd ensuite HBr sous l'influence des alcalis, en donnant naissance à un composé éthylénique :

$$C^6H^5-CO-CHBr-CH(OC^2H^5)-C^6H^5 \xrightarrow{-HBr} C^6H^5-CO-CH=(OC^2H^5)-C^6H^5$$

Il y avait lieu de supposer que d'autres alcools pourraient, dans des conditions analogues, donner ces deux réactions, tout comme l'alcool éthylique.

---

([1]) Ch. Dufraisse et P. Gérald, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 985.

Cependant Abell [1], malgré de minutieuses expériences, n'avait pas réussi à obtenir à l'état cristallisé le dérivé éthylénique correspondant à l'alcool méthylique. Ce fait singulier nous imposait de tenter à notre tour la préparation, non seulement des dérivés méthoxylés, mais aussi de quelques homologues. Outre l'intérêt qui s'attache toujours à la solution d'un problème délicat, ces nouvelles recherches offraient l'avantage de soumettre à l'épreuve de l'expérience les théories que nous avons émises sur la réaction de Wislicenus.

Plus heureux que nos devanciers, nous avons réussi avec d'autres alcools le même couple de réactions qu'avec l'alcool éthylique. Nous croyons même être en mesure de donner la raison pour laquelle le composé éthoxylé

$$C^6H^5-CO-CH=C(OC^2H^5)-C^6H^5$$

est particulièrement facile à isoler : ce corps a, en effet, un point de fusion sensiblement plus élevé que ceux de ses homologues, il aura donc plus de chances, toutes choses égales d'ailleurs, de cristalliser spontanément, sans amorçage, dans un mélange réactionnel plus ou moins complexe.

Voici le Tableau des composés obtenus :

A. Type saturé : $C^6H^5-CO-CHBr-CH(OR)-C^6H^5$.

| | | Fusion. |
|---|---|---|
| I. *Chaîne normale.* — Composés où R est un groupement : | | |
| 1° Méthylique | cristaux blancs | 76°-77° |
| 2° Éthylique | » | 60-61 |
| 3° Propylique | » | 95-96 |
| 4° Butylique | » | 81-82 |
| II. *Chaîne ramifiée.* — Composé où R est un groupement : | | |
| 5° Isobutylique | cristaux blancs | 110-111 |

B. Type éthylénique : $C^6H^5-CO-CH=C(OR)-C^6H^5$.

| | | Fusion. |
|---|---|---|
| I. *Chaîne normale.* — Composés où R est un groupement : | | |
| 1° Méthylique | cristaux blanchâtres | 65°-66° |
| 2° Éthylique | » | 77-78 |
| 3° Propylique | » | 59-60 |
| 4° Butylique | liquide jaunâtre | |
| II. *Chaîne ramifiée.* — Composé où R est un groupement : | | |
| 5° Isobutylique | cristaux blanchâtres | 55-56 |
| III. *Chaîne normale.* — Composé où R est un groupement : | | |
| 6° Propylique secondaire | cristaux blanchâtres | 49-50 |

L'obtention de ces divers composés établit avec certitude le bien-fondé de l'interprétation que nous avons donnée de la réaction de Wislicenus.

---

(1) *Chem. Soc.*, t. 101, 1912, p. 993.

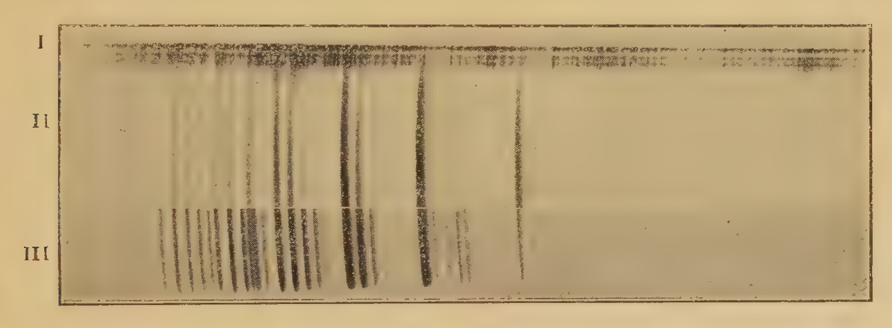
CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude spectrale de la triboluminescence du saccharose.* Note de M. **Henri Longchambon**, présentée par M. F. Wallerant.

Quelques rares expériences ont été faites par divers auteurs pour déterminer la composition spectrale de la lumière émise par triboluminescence et éclaircir ainsi la nature de ce phénomène. Les spectres obtenus, notamment celui émis par le sucre (¹), furent trouvés continus.

En reprenant des expériences de ce genre, j'ai pu m'assurer que le spectre émis par ce corps est en réalité nettement discontinu.

Cette détermination a été faite en brisant du sucre, placé dans l'air à la pression atmosphérique, devant la fente d'un spectrographe à équipage en quartz, et ceci d'une façon presque continue durant plusieurs heures.

Comme le montre la reproduction ci-dessous, le spectre obtenu dans ces conditions est constitué uniquement de bandes très étroites et bien séparées.




I. Spectre du fer.
II. Spectre de triboluminescence du sucre (gr. 3 fois).
III. Spectre d'un tube de Plücker à azote.

Le cliché original, obtenu après 4 heures 10 minutes de pose et avec une fente de $0^{mm},5$ de largeur environ, montre 23 bandes de longueurs d'ondes moyennes suivantes :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $0^{\mu},296$ | $0^{\mu},316$ | $0^{\mu},337$ | $0^{\mu},367$ | $0^{\mu},388$ | $0^{\mu},414$ |
| 298 | 327 | 350 | 371 | 3895 | 420 |
| 312 | 331 | 3535 | 3755 | 394 | 427 |
| 314 | 334 | 358 | 3805 | 400 | |

C'est-à-dire qu'on retrouve presque toutes les constituantes du second

(¹) J. Burke, *Rep. Brit. Ass.*, 1898.

pectre positif de bandes de l'azote, et uniquement des éléments de ce spectre.

La comparaison avec le spectre d'un tube de Plücker à azote (et à parois de verre) obtenu avec le même spectrographe met ceci immédiatement en évidence.

D'autre part, l'effluve dans l'air à la pression ordinaire donne régulièrement le même spectre.

La triboluminescence du sucre serait donc due à une effluve s'effectuant dans l'air entre deux particules solides qui viennent d'être séparées brusquement et se trouvent chargées électriquement. Cette apparition de charges électriques n'a rien de bien surprenant étant données les propriétés pyroélectriques du sucre. Rien ne permet cependant de dire que la triboluminescence du sucre soit un effet de sa pyroélectricité.

Le fait que la triboluminescence du sucre est due à une effluve peut être vérifié en observant l'influence sur l'intensité lumineuse de la pression de l'air dans lequel ce corps est placé. Dans ce but j'ai brisé du sucre en le heurtant contre les parois d'un récipient en verre où se faisait un vide progressif. Entre des limites de pression de l'ordre de $4^{cm}$ et $0^{cm},1$ de mercure, la luminosité est notablement plus intense que sous la pression atmosphérique et forme une auréole beaucoup plus large autour du point de rupture. Elle décroît ensuite et dans un vide très poussé devient beaucoup plus faible qu'à la pression atmosphérique.

Ces observations confirment donc l'hypothèse émise plus haut.

D'autre part, j'ai eu l'occasion, dans ces dernières expériences, de constater le phénomène suivant :

Le récipient en verre contenant des cristaux de sucre ayant été violemment agité de façon à produire de fines poussières de sucre, on le laisse au repos et l'on produit une brusque compression ou décompression de l'air, tout en restant au-dessous d'une pression de quelques centimètres de mercure. On observe alors une illumination vive de toute la masse gazeuse particulièrement intense au voisinage des morceaux de sucre et des régions de la paroi où se sont déposées des poussières de ce corps, et d'autant plus intense que la variation de pression est plus brusque. Ce phénomène paraît dû à une triboluminescence des poussières de sucre qui sont agitées par les remous du gaz, ce dernier se trouvant sous une pression particulièrement favorable à une émission lumineuse intense par effluve.

On constate de plus que de l'air chargé de ces poussières, dirigé sur un électroscope, le décharge très rapidement.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la répartition des anthocyanidines dans les organes colorés des plantes.* Note de M. **St. Jonesco**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1920, M. O. Rosenheim [1] a publié un travail sur les anthocyanines. Dans ses recherches l'auteur met en évidence l'existence d'une anthocyanidine à l'état libre dans les feuilles jeunes de *Vitis vinifera*. Il a obtenu ce pigment à l'état cristallisé, et il en a étudié tous les caractères.

En 1921, sans avoir connaissance de ce Mémoire, nous avons fait, sur le même sujet, des recherches qui ont porté sur plusieurs espèces de plantes et dont nous avons publié les résultats [2]. Rappelons que nous avons trouvé des anthocyanidines, à l'état libre, dans les fruits de *Ruscus aculeatus* et de *Solanum Dulcamara*, dans les feuilles rouges de *Prunus Pissardi* et dans les fleurs de *Papaver* et de *Pelargonium*.

Depuis, nous avons recherché si ce pigment est généralement répandu dans les organes des plantes colorés en rouge, violet ou bleu. Nous avons expérimenté sur les feuilles rouges d'*Ampelopsis*, les feuilles d'un rouge violet de *Betterave*, les tigelles rouges de *Sarrasin argenté*, les fleurs violettes de *Gladiolus* et de *Cobœa scandens*, les fleurs rouge pourpre de *Canna* et d'une variété cultivée de *Rose;* enfin sur les fleurs bleues de *Bleuet* (*Centaurea Cyanus*).

En employant la méthode d'extraction par l'alcool amylique, comme nous l'avions fait précédemment, nous avons obtenu des résultats qui diffèrent suivant la coloration de chaque organe. Dans ces dernières recherches nous n'avons trouvé d'anthocyanidines, comme pigment coloré, que dans les feuilles d'*Ampelopsis* et dans les tigelles rouges de *Sarrasin*. Les anthocyanidines d'*Ampelopsis* présentent, dans l'alcool amylique, une coloration d'un *rouge grenat*, et celles des tigelles de *Sarrasin* une coloration d'un *rose violacé*.

L'extrait acide obtenu avec les autres plantes (Betterave, *Gladiolus*, *Cobœa*, *Canna*, Rose, Bleuet) a toujours une belle coloration rouge, avec des nuances violettes qui varient suivant l'espèce. Mais en lavant par l'alcool amylique ce pigment ne passe qu'en très petite quantité dans l'alcool, et il

---

(1) Otto Rosenheim, *Observations on Anthocyanins : I. The Anthocyanins of the young leaves of the grape vine* (*Biochem. Journ.*, t. 14, 1920).

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 168 et 426.

en est retiré entièrement par deux lavages successifs avec de l'eau sulfurique à 7 pour 100. L'alcool amylique garde alors une belle coloration jaune intense.

Cet alcool, coloré en jaune, lavé plusieurs fois avec de l'eau acidifiée et enfin avec de l'acétate de sodium, conserve toujours cette même coloration jaune qui ne s'atténue pas par des lavages successifs à l'eau sulfurique et à l'acétate de sodium. Donc, il y a, dans l'extrait acide primitif coloré en rouge violet, un pigment jaune qui est cédé très facilement à l'alcool amylique.

Après avoir obtenu par filtration l'extrait acide dont nous venons de parler, il reste sur le filtre un résidu formé des débris de plantes mélangés avec du sable et du talc. Si nous traitons ce résidu par l'alcool amylique comme nous avons fait pour la préparation des anthocyanidines, cet alcool se colore en rouge violet. Or, après lavage avec de l'eau sulfurique pour enlever le pigment rouge, il reste dans l'alcool un pigment jaune qui est semblable à celui obtenu précédemment avec l'extrait acide, mais d'une coloration beaucoup plus intense.

Par conséquent, dans les organes étudiés de ces six espèces, il n'existe pas d'anthocyanidines à l'état libre, comme pigment coloré en rouge. Il y a, au contraire, un *pigment jaune intense* qui semble remplacer les anthocyanidines; ce pigment se rencontre, comme elles, à côté du pigment violet ou bleu qui colore divers organes.

Si l'on chauffe avec de l'acide chlorhydrique dilué à 20 pour 100, ce pigment jaune ne se colore pas en rouge, mais accentue seulement l'intensité de sa coloration. Il ne peut donc être considéré comme une pseudobase d'une anthocyanidine, car on sait que ces derniers corps ont la propriété caractéristique de se colorer en rouge dès qu'ils sont chauffés avec un acide. Pour le moment, nous nous bornons à signaler la présence de ce pigment spécial qui fait partie des corps colorants à l'ensemble desquels on donne le nom d'anthocyane.

Les organes des plantes dans lesquels on rencontre des pigments anthocyaniques peuvent donc être divisés en deux catégories.

I. Certains organes sont d'un *rouge pur* caractéristique : fleurs de *Pelargonium* et de *Papaver*, feuilles rouges d'*Ampelopsis*, tigelles rouges de *Sarrasin*. (Nous faisons rentrer dans cette catégorie les feuilles de *Prunus Pissardi* où la couleur extérieure est d'un rouge brunâtre à cause de la présence de la chlorophylle, mais qui donnent des solutions d'un rouge pur.) Dans ces organes il existe : 1° un *pigment anthocyanique rouge;* 2° un *pigment*

*jaunâtre* parfois nuancé d'orange pâle qui est une pseudo-base d'anthocyanidine, car chauffé avec l'acide chlorhydrique il se colore en rouge; 3° une *anthocyanidine*, à l'état libre, dont l'existence a été démontrée.

II. D'autres plantes (Betterave, *Gladiolus*, *Cobœa*, *Canna*, Rose, Bleuet) ont des colorations rouge pourpre, rouge violacé ou des colorations bleues. Dans les organes étudiés de ces plantes, il n'y a pas d'anthocyanidines libres, mais seulement un *pigment anthocyanique*, dont la coloration varie suivant chaque espèce de plante, et un *pigment coloré en jaune franc très intense*, qui se dissout dans l'alcool amylique comme les anthocyanidines, mais qui n'est pas une pseudo-base.

En résumé, *les anthocyanidines, en tant que pigment coloré et à l'état libre, n'existent pas dans tous les tissus colorés qui contiennent de l'anthocyane. Elles semblent caractéristiques des organes d'un rouge pur, tandis que l'on trouve à leur place un pigment jaune dans les organes colorés en bleu, en violet ou dans ceux d'un rouge pourpre, chez lesquels les anthocyanidines font complètement défaut.*

PHYSIOLOGIE. — *Influence de l'avitaminose sur la lactation.*
Note de MM. **E. Wollman** et **M. Vagliano**, présentée par M. Roux.

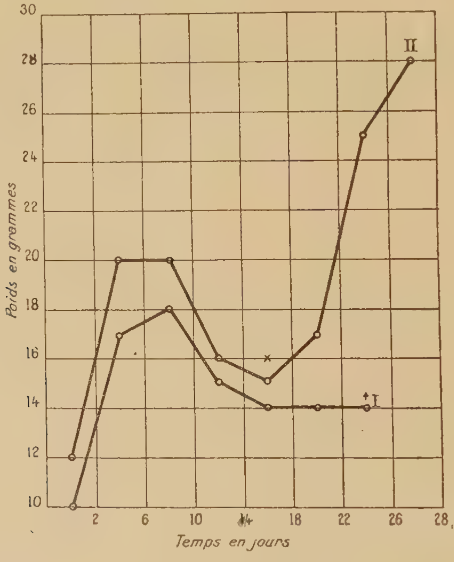
On sait, depuis les recherches de Mc Collum et Simmonds [1], que les petits rats à la mamelle ne se développent pas lorsque la nourriture de la mère est privée de vitamines. D'après Mc Collum et Simmonds, ce résultat s'expliquerait uniquement par l'absence de vitamines dans le lait, celui-ci étant, par ailleurs, quantitativement et qualitativement suffisant; ils en ont conclu que la nourrice est incapable de faire la synthèse des étamines. Il nous a semblé intéressant d'étudier la question de plus près.

Dans une première expérience un rat blanc femelle, placé sur régime avitaminé (riz glacé, caséine purifiée, mélange salin, — le tout stérilisé à 120°), mettait bas 3 jours plus tard. Les petits furent aussitôt divisés en deux lots de deux rats chaque. Le lot I ne reçoit que du lait de la mère; le lot II, en plus, des vitamines A et B (sous forme d'extraits de levure et de beurre).

La figure montre que pendant une première période de 8 jours environ le développement se fait de façon normale pour les rats des deux lots; puis

(1) *Amer. Journ. Physiol.*, t. 46, 1918, p. 275.

le poids baisse et cela aussi bien pour les petits rats recevant des vitamines que pour ceux qui en sont privés : au bout de 15 jours il ne reste dans chaque lot qu'un petit. Ce résultat ne s'explique qu'en admettant soit que le lait est devenu insuffisant autrement que par manque de vitamines, soit que les petits à la mamelle sont incapables d'utiliser ces substances sous la forme inaccoutumée sous laquelle elles leur sont fournies. Or, la figure montre qu'en ajoutant (en X) du lait avitaminé [1] aux deux lots, la courbe du lot II se redresse aussitôt et redevient normale : les petits rats utilisent donc parfaitement les vitamines qui leur sont fournies. Par contre, le poids du rat I reste stationnaire et l'animal meurt vers le vingt-cinquième jour.




Dans une deuxième expérience un rat femelle placé au régime avitaminé met bas 7 jours plus tard. Les petits rats sont répartis en trois lots recevant chacun, en plus du lait de la mère, du lait avitaminé. Un des lots (I) reçoit, en outre, des vitamines A et B.

Pendant une première période de 8 jours le développement est normal pour les trois lots; à partir de ce moment il se ralentit beaucoup pour les lots II et III (ne recevant pas de vitamines). A partir du vingt-quatrième jour on ajoute de la vitamine A au lot II sans que l'allure de la courbe en soit changée. Au trente-sixième jour les rats du lot III (ne recevant que du

---

(1) Passage d'oxygène à chaud (80°) pendant 24 heures et stérilisation à 120°.

lait avitaminé) étant morts on ajoute de la vitamine B au lot II : la courbe de croissance se relève aussitôt pour se rapprocher de la normale.

Ces résultats montrent que :

1° Conformément aux expériences de Mc Collum et Simmonds, la nourrice est incapable de réaliser la synthèse des vitamines de croissance;

2° Mise à un régime avitaminé, elle continue à fournir pendant quelque temps (8 jours environ pour le rat) du lait de qualité et en quantité suffisantes pour assurer le développement des petits. Plus tard, la sécrétion lactée devient insuffisante; cette insuffisance ne porte pas que sur les vitamines, car l'adjonction de celles-ci à l'alimentation ne change rien aux résultats;

3° Les petits rats à la mamelle sont capables, dès les premiers jours de leur vie, d'utiliser les vitamines d'origine étrangère (sous la forme d'extraits de levure et de beurre). Ce fait présente un intérêt pratique au point de vue de l'alimentation du nourrisson.

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'auto-immunisation contre les régimes carencés.* Note (1) de MM. G. **Mouriquand** et P. **Michel** (de Lyon), présentée par M. Widal.

Un certain nombre d'auteurs qui ont reproduit le syndrôme d'Eykman chez le pigeon par l'alimentation exclusive aux graines décortiquées ou stérilisées ont dans certains cas, d'ailleurs assez rares, remarqué le phénomène suivant :

Après une période de paralysie plus ou moins affirmée, on assiste (2), sans que le régime ait été modifié, à une véritable régression des troubles névritiques. On peut ainsi observer plusieurs rechutes successives avec guérison apparente de quelques jours entre chacune d'elles. Tout se passe dans ces cas comme si l'organisme semblait s'immuniser partiellement, passagèrement, contre l'aliment carencé, générateur de troubles nerveux par avitaminose.

Ces faits n'auraient guère retenu notre attention si nous ne les avions retrouvés avec plus de fréquence et de netteté dans un autre syndrôme de carence : le scorbut expérimental.

---

(1) Séance du 13 juin 1922.

(2) Weill et Mouriquand, *Revue de Médecine*, n° 1, 1916, etc.

A ce point de vue, nos recherches nous ont permis de distinguer deux sortes de scorbut :

Le scorbut aigu (Holst et Frolich), facilement provoqué par une alimentation exclusive aux grains de céréales (orge, avoine, etc.), s'arrête exceptionnellement dans son évolution. Il ne présente donc pas un moyen favorable pour l'étude des phénomènes envisagés ici.

Il n'en est pas de même du *scorbut chronique* que nous sommes arrivés à déterminer presque à coup sûr grâce à une technique plus loin indiquée.

Tous les cobayes atteints de scorbut chronique n'évoluent pas régulièrement vers la cachexie et la mort comme ceux atteints de scorbut aigu. La plupart, après avoir présenté des manifestations scorbutiques typiques, recouvrent un état normal, sans qu'aucun changement ait été apporté à leur régime qui reste rigoureusement celui qui a déterminé les premières manifestations scorbutiques.

Tout se passe dans ces cas comme si l'organisme avait acquis une sorte d'immunité vis-à-vis de l'aliment carencé, comme il l'acquiert vis-à-vis de certaines intoxications ou infections.

Cette immunité est d'ailleurs variable suivant les sujets : dans certains cas, elle est extrêmement prolongée (plus de 100 jours); dans d'autres, on observe des rechutes successives alternant avec des périodes où tous les signes locaux disparaissent pendant 15 jours et plus ([1]). Ces périodes d'adaptation s'accompagnent parfois même d'une *restitutio ad integrum* du squelette. Cette adaptation peut être telle que la reproduction s'effectue normalement.

Certaines conditions sont nécessaires pour que puisse s'installer cette sorte d'auto-immunisation plus ou moins durable de l'organisme contre la carence alimentaire. Et tout d'abord il faut, comme nous l'avons déjà indiqué, comme l'a signalé d'autre part H. Godlewski, que le régime ne soit que partiellement carencé.

Dans le régime du type Holst et Frolich (avoine seule) non seulement manque la substance antiscorbutique, mais également certains éléments indispensables à la nutrition, bien spécifiés par Mac Collum : sels minéraux, lipsoluble, amino-acides, etc. C'est donc un régime à carences multiples qui entraîne une déchéance trop rapide de l'organisme pour qu'il lui soit posssible d'apporter la moindre résistance à l'aliment nocif.

Si, comme certains auteurs américains, on ajoute du foin au grain de

---

([1]) *Société de Biologie*, 18 avril 1921.

céréale (avoine + foin ou orge + foin) les manifestations osseuses ne sont guère retardées mais la déchéance générale est moins rapide et moins profonde

Mais dans ces cas mêmes on n'observe peu ou pas d'arrêt dans l'évolution du scorbut.

Ce régime ne paraît guère être déficient qu'en substance antiscorbutique.

En effet si on lui ajoute de 5$^{cm^3}$ à 10$^{cm^3}$ de jus de citron cru, la nutrition et la croissance des cobayes deviennent normales. Nos animaux à ce régime ont été sacrifiés au 250e jour en pleine santé.

Nous nous sommes demandé si la stérilisation (1 heure et demie à 120°) de ce jus de citron cru n'atténuerait pas son pouvoir antiscorbutique et ne permettrait pas d'obtenir, non plus rapidement mais à longue échéance, un syndrôme scorbutique chez le cobaye.

Holst et Frolich, et nombre d'auteurs après eux, ont pensé que cette stérilisation n'atténuait que peu ou pas la valeur antiscorbutique du jus de citron.

Le fait que nous ayons pu provoquer par l'adjonction de 10$^{cm^3}$ de jus de citron stérilisé au régime foin + orge un scorbut apparaissant vers le 80e jour ou plus tard semble indiquer que les expériences des auteurs précités n'ont pas été assez longtemps poursuivies.

Quoi qu'il en soit, la technique signalée ci-dessus permet d'obtenir tardivement chez le cobaye un scorbut à évolution très lente (la période scorbutique proprement dite a duré dans nos cas de 2 à 8 semaines).

Dans ces cas, la carence ne portait à peu près que sur la substance antiscorbutique (les hydrates de carbone, les albumines, les graisses, le liposoluble, les sels, la substance antinévritique étant apportés par les céréales et le foin).

C'est donc là un type de carence partielle élective permettant longtemps une nutrition voisine de la normale (le poids de la plupart de nos animaux a augmenté jusqu'à une période avancée du scorbut) et une auto-immunisation plus ou moins durable contre l'aliment carencé que paraît interdire les carences multiples.

Ce type de carence est assez exactement reproduit par certains nourrissons mis pendant de longs mois au lait stérilisé et conservé (déficient en antiscorbutique et contenant par ailleurs toutes les autres substances indispensables).

Ces nourrissons opposent souvent au régime scorbutigène une résistance qui a pu faire douter de son pouvoir nocif.

Ils ont eux aussi des périodes de « fléchissement organique » qui peuvent aboutir au scorbut confirmé, mais aussi se traduire par de simples troubles de précarence (Weill et Mouriquand) : anémie, troubles osseux, modifications de la marche qui, dans certains cas, régressent spontanément sans changement de régime par un phénomène d'auto-immunisation de leur organisme comparable à celui qui apparaît avec tant de netteté dans le scorbut chronique expérimental.

L'extension du régime qui survient vers le 9e mois écarte généralement toutes manifestations d'une carence qui dans ses formes frustes échappe au diagnostic du médecin non averti.

Nous ajouterons que chez le cobaye, certaines substances (extrait thyroïdien : *Société de Biologie*, 20 décembre 1920; certains corps gras : *Société de Biologie*, 22 mai 1922), dans des circonstances que nous cherchons à élucider, semblent s'opposer à ces tentatives d'auto-immunisation et précipiter l'évolution du scorbut.

PHYSIOLOGIE. — *Les « donneurs de sang » en médecine vétérinaire.* Note de MM. L. **Panisset** et J. **Verge**, présentée par M. E. Leclainche.

Si l'on met en contact des sangs de même espèce, mais provenant d'organismes différents, il peut survenir soit l'agglutination, soit la lyse des hématies. Ces phénomènes ont été particulièrement bien étudiés chez l'homme pendant la guerre (travaux des auteurs américains ; de Jeanbrau, de Giraud, en France, etc.).

A la lumière de ces recherches, on a classé tous les hommes en quatre groupes sanguins (Moss). Nous avons recherché, à notre tour, chez les équidés et chez les bovidés, s'il fallait opérer une discrimination dans le choix des donneurs avant de pratiquer la transfusion du sang. Nous avons donc essayé de reconnaître si ces actions réciproques d'agglutination et d'hémolyse pouvaient survenir dans les organismes animaux avec la même fréquence que dans les organismes humains.

I. *Choix des donneurs chez les équidés.* — Nous avons opéré sur de nombreux sérums et de nombreux globules rouges. La récolte du sérum se fait par les méthodes classiques; l'obtention des hématies résulte des lavages et de la centrifugation du sang défibriné. Les globules, ramenés au volume initial du sang, sont dilués alors au vingtième, en sérum physiologique.

Dans des tubes à agglutination, on place 10 gouttes de la dilution

d'hématies du donneur. On ajoute ensuite, selon les tubes, 10, 20 et 30 gouttes du sérum à essayer, provenant du récepteur. On agite, on laisse au contact une demi-heure et on lit les résultats du point de vue de l'agglutination.

Au bout de 2 heures de contact, on peut apprécier l'hémolyse. Ces deux réactions : agglutination et lyse, sont donc faciles à interpréter *in vitro*.

Ces phénomènes sont rarement observés chez le cheval et il est impossible d'esquisser, comme Moss le fit pour l'espèce humaine, un classement des équidés en plusieurs groupes. Les sérums normaux équins agglutinent peu les globules rouges équins : 21 fois seulement sur 171 essais, et toujours cette floculation est légère.

Bien plus, un sérum d'âne et un sérum de mulet ne présentèrent que rarement, dans nos expériences, la qualité agglutinante à l'égard des hématies de cheval (4 fois sur 23 essais). Encore est-il nécessaire d'ajouter que cette hémoagglutination fut toujours peu marquée.

Il nous apparaît par conséquent à peu près inutile, et une longue expérimentation clinique avait confirmé par avance ces recherches théoriques, de se préoccuper des actions réciproques d'agglutination et de lyse chez le cheval et de pratiquer de tels essais avant de transfuser.

Cependant, il est bon de se méfier lorsque le sujet récepteur a déjà été transfusé plusieurs fois. Nous possédons au laboratoire un cheval ayant reçu du sang citraté homologue à maintes reprises. L'étude des pouvoirs agglutinant et lytique de son sérum à l'égard d'hématies de sujets sains a mis en évidence des actions manifestes agglutinantes et hémolytiques. Il semble donc qu'en ces cas, mais en ces cas seulement, la recherche des épreuves révélatrices soit indiquée; si ces essais sont impossibles, on tâtera la sensibilité du récepteur par la méthode de Besredka des injections subintrantes.

II. *Choix des donneurs chez les bovidés.* — Nous avons appliqué aux bovidés les procédés qui précèdent. Mais, dans cette espèce, aussi bien entre les individus de même race qu'entre les organismes de races différentes, on observe des manifestations typiques d'agglutination et de lyse.

Certains sérums agglutinent tous les globules rouges qui leur sont présentés, même leurs propres hématies. Ces animaux sont dès lors particulièrement sensibles aux transfusions.

Cette fréquence relative des actions agglutinantes et lytiques chez les bovidés expliquerait peut-être pourquoi les transfusions sanguines sont parfois si dangereuses ici. Et les symptômes qui traduisent au dehors l'in-

toxication de l'organisme transfusé : dyspnée, œdème aigu du poumon, collapsus cardiaque, hémoglobinurie..., sont sans doute le fait des poisons hémolytiques.

Quoi qu'il en soit, sur 36 expériences effectuées en notre laboratoire, 15 fois — soit environ 1 fois sur 2 — l'agglutination des hématies fut intense.

Est-ce à dire qu'il faille rejeter la transfusion du sang citraté chez le bœuf? Nous ne le croyons pas; d'ailleurs, les observations de Desliens, de Van Saceghem prouvent que la méthode est souvent inoffensive. Mais, au moment de pratiquer l'opération, on ne sera jamais assuré de sa bénignité; on redoutera toujours une issue fâcheuse chez le récepteur, et le praticien devra être prêt à parer à toute éventualité.

En résumé, les dangers de l'agglutination et de l'hémolyse sont peu à craindre chez le cheval. Ils apparaissent beaucoup plus redoutables chez le bœuf, mais il sera toujours possible de les éviter en pratiquant, avant toute transfusion, les épreuves simples que nous venons d'indiquer.

## PROTOZOOLOGIE. — Gregarina Sænuridis *Köll. et son hôte.* Note de M. **Jean Delphy**, présentée par M. F. Mesnil.

Cette Grégarine a été décrite et fort bien figurée par Kölliker en 1848 [1] et n'a jamais été revue depuis, autant que je sache (mais j'ai tout lieu de croire qu'il en est bien ainsi). Elle est cependant extrêmement abondante, au moins sur les côtes de la Hougue et notamment de l'île Tatihou, dans un Lombricien limicole *marin*, lui-même très abondant. Dans un lot de 150 individus de ce ver, pris absolument au hasard et rapidement examinés, j'en compte au moins 123 certainement parasités, soit 82 pour 100. Je m'en tiendrai dans la présente Note aux observations qui peuvent être faites sur le vivant, soit *in situ*, soit après dilacération sur lame, et qui permettent déjà de préciser certains points.

I. L'hôte, nommé par Kölliker « *Sænuris variegata* Hoffm. (*Lumbricus variegatus* O. Müll.) », est le *Pachydrilus verrucosus* Clap. L'identité parfaite de divers stades de la Grégarine avec la description et les figures de Kölliker, la spécificité absolue de ce parasite vis-à-vis de son hôte, ne peuvent laisser aucun doute à cet égard.

---

[1] *Zeitschr. f. wiss. Zool.*, I, 1, p. 12-16, fig. 21-28 (pl. II et III).

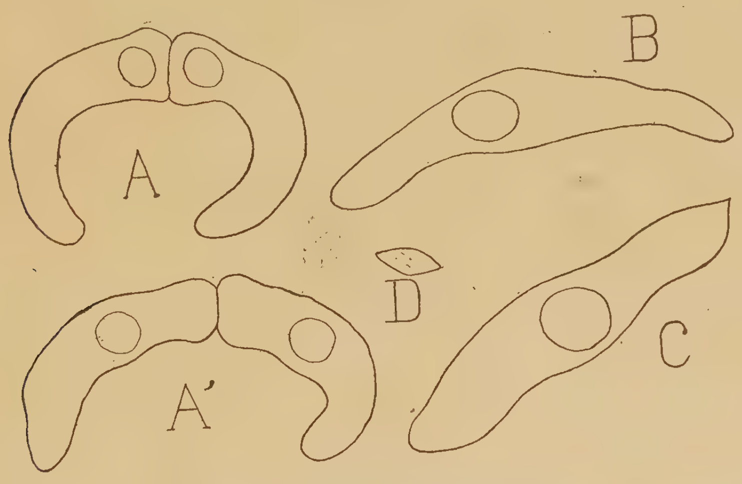
II. Il n'est pas exact que le parasite soit confiné aux organes génitaux mâles des plus grands individus de l'hôte.

Quel que soit leur âge, tous les Pachydriles verruqueux peuvent être atteints. Certains d'entre eux ont leur cavité générale bourrée de kystes presque d'un bout à l'autre de leur corps. Toutefois, je n'ai jamais observé de trophozoïtes en avant des organes génitaux ; les kystes sont plus rares dans cette région qu'ailleurs, mais on en peut trouver, quoique rarement, jusque dans le tritoméride, à proximité même du cerveau.

III. Dans un lot de Pachydriles parasités, les individus qui présentent des trophozoïtes forment toujours une très faible minorité.

Comme le supposait justement Kölliker, on trouve des Grégarines toute l'année. Il ne paraît pas y avoir d'époque particulièrement favorable à leur développement. Dans un même ver, toutes les Grégarines sont très généralement à peu près au même stade. La rareté des trophozoïtes tient certainement à ce que le parasite en question ne reste que peu de temps en cet état.

IV. Quand on en trouve, les trophozoïtes sont très souvent en syzygie en




Toutes les figures à la chambre claire.
A, B, C : × 200 environ ; D : × 600 environ.

opposition (*fig.* A, A'). Suivant que l'union des deux individus, toujours de tailles légèrement différentes, est plus ou moins solide, leurs noyaux sont plus ou moins rapprochés l'un de l'autre. Ce n'est certainement là que la phase finale de la vie végétative, prélude à la conjugaison, à l'enkystement et à la sporulation.

En effet, on trouve, dans des cas favorables, des individus isolés, complètement libres dans la cavité générale (*fig.* B). Dans ceux-ci, il peut arriver, mais il est rare, que le noyau occupe une position centrale; le plus souvent il est un peu plus près de l'une des extrémités.

Enfin on trouve encore des individus isolés presque complètement libres dans la cavité générale de l'hôte, mais dont l'une des extrémités, enfoncée entre les cellules chloragogènes jusqu'au niveau de l'épithélium intestinal, est fixe. Le noyau est toujours alors plus près de cette extrémité. Quand on met de tels individus en liberté par dilacération, on voit que l'extrémité proche du noyau est munie d'un véritable épimérite épi- et sarcocytique (*fig.* C).

Ces derniers individus, ainsi que les individus accouplés, ne se déforment pas sensiblement quand ils sont mis en liberté dans l'eau de mer, tandis que les individus B y subissent une plasmolyse assez rapide. Il arrive assez fréquemment qu'en libérant des individus en syzygie, on les sépare; mais on n'en trouve jamais de tels *in situ*.

V. Ainsi donc, la *Gregarina Sænuridis* Köll. passe par un stade *Monocystis*, puis par un stade *Zygocystis*. Dès 1848, effectivement, A. von Frantzius la rapporta à ce dernier genre, d'autant plus que Kölliker ne l'avait décrite qu'à ce stade et aux stades ultérieurs.

VI. Comme l'a bien démontré Ed. Hesse (1909)(1), elle est très différente de l'*Urospora Sænuridis* Ray Lankester, parasite du Tubifex des ruisseaux. Ses spores (*fig.* D) ne sont en effet pas appendiculées et rappellent, en plus petit, celles de la *Monocystis Michælseni* Edm. Hesse.

VII. Il semble bien qu'il puisse y avoir des enkystements solitaires et il y a certainement des enkystements doubles sans conjugaison, mais ces cas, surtout le premier, sont en somme assez rares.

VIII. Dans aucun des stades ici envisagés, la Grégarine du Pachydrile verruqueux n'est animée de mouvements propres.

IX. Les mêmes vers ou des individus qui paraissent indemnes de Grégarines peuvent héberger dans l'intestin l'*Anoplophrya Pachydrili* (Clap.) et *dans le cœlome* une nouvelle *Anoplophrya* que je décrirai très prochainement sous le nom d'*A. elongata*.

---

(1) Cet auteur, qui n'a pas observé la *Zygocystis Sænuridis*, lui donne pour hôte le *Lumbriculus variegatus* Müll., trompé par une synonymie illusoire et fallacieuse.

PARASITOLOGIE. — *Étude de quelques cas simples de parasitisme cyclique chez les insectes entomophages.* Note de M. **W.-R. Thompson**, présentée par M. P. Marchal.

Dans des Notes antérieures (¹) je me suis contenté de développer les formules qui représentent à mon sens ce qu'il y a d'essentiel dans le phénomène du parasitisme cyclique. Il faudra étudier plus tard un certain nombre de modalités du processus, qui résultent de l'intervention de facteurs non encore considérés. Car, par suite de la multiplicité et de l'irrégularité dans l'action des facteurs agissant dans la nature, le phénomène du parasitisme cyclique doit être toujours plus ou moins déformé, quelquefois méconnaissable. Cependant, toute étude entreprise sur ce phénomène doit nécessairement avoir comme point de départ la considération approfondie des cas les plus simples, où les facteurs essentiels entrent seuls en jeu. Il paraît logique, en effet, d'admettre que ces cas constituent des moyennes autour desquelles se produisent les variations que nous constatons dans la nature. Et s'il en est ainsi, nous aurons plus de chances de faire œuvre utile, en essayant de comprendre les divers aspects du mouvement idéal, qu'en étudiant avec minutie n'importe quel cas spécial s'écartant notablement de la moyenne, bien qu'il puisse se rencontrer plus fréquemment dans la nature.

Parmi les conclusions que l'on peut tirer de l'étude des formules, il en est que la simple réflection rendent assez évidentes. J'ai tenu néanmoins à les justifier en partant d'une base théorique bien définie.

Prenons d'abord les équations qui donnent le nombre d'hôtes et le nombre de parasites dans la $t^{\text{ième}}$ génération lorsque $n =$ le nombre initial d'hôtes, $p =$ le nombre initial de parasites, $h =$ la puissance reproductrice de l'hôte par génération, $s =$ la puissance reproductrice du parasite par génération, $ls$ et $lh$ le nombre total de parasites et d'hôtes produit par génération, la proportion des sexes étant la même chez l'un et l'autre. Soit donc

$$H_t = n h^t l - pshf \left\{ \frac{s^{t-1} - h^{t-1}}{s - h} \right\},$$

$$P_t = p s^t l.$$

Mettons $n = 1000$, $p = 10$, $s = 3$, $h = 2$, $l = 2$, nous aurons alors les valeurs suivantes pour H et P :

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 1201 et 1433.

| $t$... | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_t$.. | 4000 | 7880 | 15 400 | 29 720 | 56 200 | 102 680 | 176 200 | 264 920 | 267 400 | 0 |
| $P_t$.. | 60 | 180 | 540 | 1 620 | 4 860 | 14 580 | 43 740 | 131 220 | 393 660 | |

Comme le faisait remarquer P. Marchal dans une Note, présentée à la Société de Biologie en 1897 (1), où il voyait déjà nettement ce qu'il y a d'essentiel dans le phénomène du parasitisme cyclique, l'espèce parasite présente une courbe d'évolution numérique qui lui est propre et qui côtoie celle de l'hôte pendant la période ascendante; il arrive un moment où la courbe du parasite rencontre celle de l'hôte et il en résulte une chute brusque verticale des deux courbes confondues qui marquerait l'extermination de l'hôte entraînant celle du parasite, si l'hôte ne possédait pas une grande variabilité dans la durée nécessaire au développement de l'individu; grâce à cette variabilité il y a toujours des réserves échappant, en majeure partie, à l'action destructive des parasites et permettant à l'espèce de reprendre sa progression, après être descendue à un taux numérique très bas.

Dans un cas de parasitisme cyclique, comme le fait voir l'étude des chiffres donnés, la présence du parasite n'empêche pas l'hôte de s'accroître; il devient même de plus en plus nuisible pendant un temps considérable; puis peut rester en nombre stationnaire, deux générations dans le cas examiné; le maximum d'abondance est alors atteint; mais, à ce moment, brusquement s'accomplit le résultat du travail parasitaire, l'hôte disparaît presque complètement; après quoi il peut rester à l'état relativement inoffensif pendant une longue période, comme on l'a démontré pour certains insectes nuisibles.

Dans son travail sur l'utilisation des insectes auxiliaires entomophages P. Marchal fait ressortir aussi cette particularité du phénomène dont il s'agit en donnant plusieurs exemples saisissants de la disparition d'un insecte au moment où il a atteint son maximum d'abondance (2).

A l'inverse des méthodes de lutte directe par les moyens mécaniques et chimiques, qui déterminent chaque année une diminution nette et perceptible du nombre de l'insecte nuisible, et apportent au cultivateur un soulagement appréciable, mais en général d'effet passager, l'utilisation des parasites entomophages peut ne donner aucun résultat évident, pendant un temps assez long; mais, lorsque son effet se produit, il dépasse tout ce qu'il

---

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 10e série, t. 4, n° 4, p. 129 et 130; Paris, 1897.
(2) *Ann. Inst. Nat. Agr.*, 2e série, vol. 6, pl. II; Paris, 1907.

est possible d'accomplir par les moyens mécaniques et, dans la plupart des cas, le soulagement déterminé est de longue durée.

Pendant toute cette période d'attente, si la multiplication du parasite n'empêche pas celle de l'hôte, et ne donne aucun résultat perceptible à l'observateur ordinaire, il n'en est pas moins vrai qu'elle a un effet utile en déterminant un ralentissement dans la multiplication de l'hôte. Ainsi, à côté des valeurs pour $H_t$ que nous avons obtenues dans la table ci-dessus, mettons celles de l'équation

$$H_{t_1} = nh^t l$$

qui représente le cas où l'hôte se reproduit librement. Nous avons alors :

| $t$..... | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|---|---|---|---|---|---|
| $H_t$..... | 4 000 | 7 880 | 15 400 | 29 720 | 56 200 |
| $H_{t_1}$.... | 4 000 | 8 000 | 16 000 | 32 000 | 64 000 |

| $t$..... | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
|---|---|---|---|---|---|
| $H_t$.... | 102 680 | 176 200 | 264 920 | 267 400 | 0 |
| $H_{t_1}$.... | 128 000 | 256 000 | 512 000 | 1 024 000 | 2 048 000 |

Ceci nous fait voir que dans le cas où la présence du parasite n'empêche pas l'hôte de progresser en nombre et en activité destructive, elle produit au moins un léger ralentissement de cette augmentation, ce ralentissement pouvant à un certain moment aboutir à l'anéantissement de l'hôte. Il serait facile de montrer, par la simple étude des équations, que cette affirmation a une valeur générale.

## MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccine et néoplasmes.*

Note de MM. C. **Levaditi** et S. **Nicolau**, présentée par M. Roux.

Il nous a été possible de cultiver le virus vaccinal pur [neurovaccine (1)] dans les néoplasmes épithéliaux du rat et de la souris (2). Cette Note a pour objet l'exposé de nos résultats concernant les rapports entre ce virus et les cellules néoplasiques des cancers et des sarcomes expérimentaux.

1° *Épithéliome.* — Nous nous sommes servis de tumeurs épithéliales du rat et de la souris, mises aimablement à notre disposition par M. Regaud et

(1) Levaditi et Nicolau, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 870.

(2) Levaditi et Nicolau, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 778, et *C. R. Soc. de Biol.*, t. 86, 1922, p. 928.

Mlle Ledebt. Lorsqu'on injecte dans un néoplasme bien développé, $0^{cm^3},2$ à $0^{cm^3},4$ d'une émulsion stérile de neurovaccine, on constate, les jours suivants, une augmentation du volume de la tumeur. Excisée du 6e au 10e jour et inoculée sur la peau d'un lapin neuf, cette tumeur provoque une éruption vaccinale intense et confluente. Il s'ensuit que le *virus vaccinal se cultive abondamment dans les néoplasmes épithéliaux du rat et de la souris*.

2° *Sarcome*. — Il n'en est pas de même du sarcome. La vaccine, inoculée dans une tumeur sarcomateuse (mêmes espèces animales) y est totalement détruite, ou bien y végète mal. Chez la souris, le sarcome se montre du cinquième au dixième jour, stérile ou très faiblement virulent pour le lapin. Dans la tumeur sarcomateuse du rat, la pullulation du germe est plus marquée que chez la souris, quoique de beaucoup plus faible que dans l'épithéliome de la même espèce animale.

L'épithéliome et le sarcome se comportent donc différemment quant à leur affinité pour le virus vaccinal : *le cancer, d'origine ecto-endodermique, constitue un excellent milieu de culture, tandis que le sarcome, d'origine mésodermique, empêche le développement du germe de la vaccine*.

3° Le résultat est le même si, au lieu d'injecter la neurovaccine dans la tumeur, on l'inocule dans *la circulation générale* d'un rat porteur de néoplasme. Deux rats cancéreux reçoivent la vaccine dans la veine caudale et sont sacrifiés 6 et 8 jours après. La tumeur, ainsi que certains organes, sont inoculés sur la peau rasée de lapins neufs. *Le testicule et le poumon se montrent l'un stérile, l'autre très pauvre en germes, tandis que l'épithéliome renferme une riche culture vaccinale*. Par contre, chez un rat femelle, porteur d'un volumineux sarcome et injecté de la même manière, *l'ovaire contenait de nombreux éléments vaccinaux, alors que le néoplasme sarcomateux en était totalement dépourvu*.

Il s'ensuit que, même lorsque la vaccine est introduite dans le sang, les tumeurs d'origine embryonnaire diverse se comportent différemment à son égard : l'épithéliome l'absorbe, s'en imprègne et facilite sa culture, alors que le sarcome la détruit, sans pour cela entraver son développement dans l'ovaire du même animal. Ces données confirment l'affinité spécifique du virus vaccinal pour les cellules ecto-endodermiques et germinatives, en état de prolifération karyocinétique intense, contrastant avec l'affinité nulle de ce virus pour les tissus mésodermiques (Levaditi et Nicolau).

4° Dans la plupart des cas (4 fois sur 7 chez la souris, 3 fois sur 3 chez le rat), *le cancer épithélial, inoculé de vaccine, perd définitivement ses propriétés de greffe*. Malgré la présence de cellules néoplasiques vivantes

(mitoses abondantes), l'épithéliome, riche en virus, greffé sur plusieurs animaux neufs (5 à 6), ne se reproduit plus. Le greffon se nécrose et finit par se résorber. Mais dans d'autres cas, plus rares, la tumeur réussit à se développer par greffe. Quelle est alors la sensibilité des greffons à l'égard du virus vaccinal? L'expérience prouve que les éléments néoplasiques de ces greffons continuent à être réceptifs ([1]). Ils n'ont acquis aucune immunité antivaccinale, et ceci est vrai, non seulement pour les greffes de seconde et de troisième génération, mais aussi pour les premiers greffons.

Cette persistance de la réceptivité permet d'arrêter les greffes successives d'un épithéliome, lorsque l'arrêt n'a pu être obtenu d'un seul coup. Nous avons réussi à réaliser cette stérilisation en faisant agir la vaccine sur les greffons de la seconde ou de la troisième génération ([2]).

5° L'épithéliome qui, pendant un certain temps, vit en symbiose avec la vaccine, finit par se ramollir, se nécroser et s'éliminer. Certains animaux, guéris de leur tumeur, meurent en général d'infection secondaire. Toutefois, nous avons obtenu dans trois cas (épithéliome du rat) la guérison définitive, en injectant la vaccine dans la circulation générale, 2 et 13 jours après la greffe.

6° Lorsqu'on greffe l'épithéliome à un rat *vacciné par la peau contre la vaccine*, la tumeur se développe normalement. L'expérience prouve qu'une telle tumeur ne tolère plus la culture du virus : ensemencée abondamment, elle se montre avirulente pour le lapin. Or il n'en est pas de même de ses greffons : ceux-ci récupèrent vite leur réceptivité. Tout se passe comme si *les éléments néoplasiques qui se développent dans un organisme immunisé lui empruntaient ses qualités réfractaires aussi longtemps qu'ils sont hébergés par lui. Sitôt qu'ils changent d'hôte pour donner lieu à de nouvelles générations de cellules-filles, l'immunité d'emprunt cesse; les cellules retrouvent leur sensibilité initiale.*

D'autre part, chez le rat, un épithéliome qui, au cours de son évolution, a reçu deux injections de vaccine en l'espace de 24 jours, est encore sensible au même virus injecté une troisième fois, le trentième jour (culture abondante). Il s'ensuit que, dans un espace de temps largement suffisant pour la création de l'immunité cutanée chez un animal neuf, le cancer n'a pas acquis d'état réfractaire propre. Ce fait, rapproché des précédents, montre que *les néoplasmes ont une vie à part assez différente de celle des tissus de l'organisme-hôte. Ils sont incapables d'acquérir l'immunité, comme le font l'épiderme, la cornée ou le cerveau des animaux neufs.*

---

([1]) Certaines de ces greffes peuvent contenir des quantités appréciables de la vaccine injectée dans la tumeur mère.

([2]) L'expérience réussit moins bien avec le sarcome.

CONCLUSIONS. — 1° *L'origine embryologique des néoplasmes domine leur affinité pour la vaccine : les tumeurs épithéliales ecto-endodermiques permettent la culture du virus vaccinal, à l'encontre des tumeurs sarcomateuses mésodermiques qui, elles, détruisent ce virus.*

2° *La vaccine fait perdre aux cellules néoplasiques épithéliales leur pouvoir de greffe.*

3° *L'épithéliome, contaminé par la vaccine, subit une excitation néoformative avant de se ramollir, de se nécroser et de s'éliminer.*

4° *La cellule cancéreuse emprunte à l'organisme qui l'héberge l'état réfractaire vaccinal conféré à ce dernier. Elle est cependant incapable de se vacciner pour son propre compte, ce en quoi elle diffère des éléments cellulaires normaux.* Il s'ensuit que *toute cellule qui, pour des raisons encore inconnues, devient élément néoplasique, acquiert, de par ce fait, des aptitudes nouvelles.*

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.